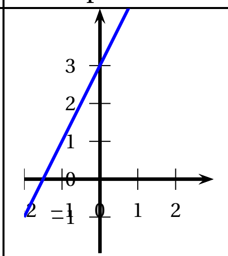
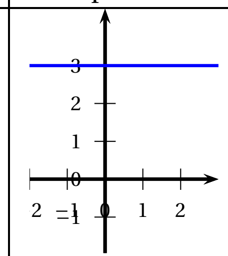
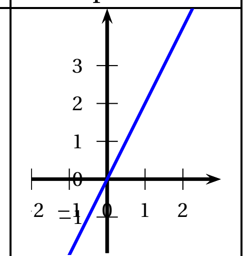
Corrigé du Brevet Centres étrangers 14 juin 2022

Exercice 1 — 19 points

Partie A

Dans toute cette partie, on considère la fonction définie par : $f(x) = 2x + 3$.

<table>
<tr><th></th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1. La représentation graphique de cette fonction est :</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. L'image de -2 par la fonction f est ...</td><td>-7</td><td>-1</td><td>3</td></tr>
<tr><td><table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr><tr><td>1</td><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>$f(x)$</td><td></td><td></td></tr></table>3. Dans cette feuille de calcul extraite d'un tableur, la formule à saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite est :</td><td>=2*A1 +3</td><td>=2*B1 +3</td><td>=2*(−2) +3</td></tr>
</table>

1. $f(0) = 3$ et la droite représentant f ne peut pas être horizontale.

   Réponse A

2. $f(-2) = 2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$

   Réponse B

3. L'image de A1 se trouve en A2, et l'image de B1 se trouve en B2 ; dans la cellule B2 on cherche donc l'image de ce qui se trouve en B1 en entrant $\boxed{= 2*\text{B}1 + 3}$

   Réponse B

Partie B

1. $(2x-1)(3x+4) - 2x = (2x) \times (3x) + (2x) \times 4 - 1 \times (3x) - 1 \times 4 - 2x = 6x^2 + 8x - 3x - 4 - 2x$
   $= 6x^2 + 3x - 4$.
2. On considère le triangle CDE tel que : CD = 3,6 cm ; CE = 4,2 cm et DE = 5,5 cm.
   Seul [DE] le côté le plus long pourrait être l'hypoténuse ; on vérifie si oui ou non :
   $\text{DE}^2 = \text{CD}^2 + \text{DE}^2$. Or

$CD^2 = 3,6^2 = 12,96$; $CE^2 = 4,2^2 = 17,64$ et $DE^2 = 5,5^2 = 30,25$

$12,96 + 17,64 = 30,6 \neq 30,25$ donc, le théorème de Pythagore ne s'applique pas à ce triangle, on peut donc dire que le triangle CDE n'est pas rectangle.

Exercice 2 — 20 points

Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Étape	Date	Profil	Parcours	Distance
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'École→Saint-Cyr-l'École	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Montcient→Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône→Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne→Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles→Biot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montagneux	Le Broc→Valdeblore La Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	Le Plan-du-Var→Levens	93 km

1. On étudie la série des distances parcourues par étape.
   a. La distance moyenne parcourue par étape est en km : $\dfrac{166+188+187,5+200+202,5+119,5+93}{7} = \dfrac{1\,156,5}{7} \approx 165,2$.
   b. Pour calculer la médiane des distances parcourues par étape, on commence par ranger les distances en ordre croissant :

      $93 - 119,5 - 166 - 187,5 - 188 - 200 - 202,5$

      Il y a un nombre impair de distances donc la médiane est la distance située « au milieu » donc la 4^e^, c'est-à-dire $187,5$ km.
   c. L'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape est égale à $202,5 - 93$ soit $109,5$ km.
2. Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. »

   Il y a en tout 4 étapes sur 7 en profil accidenté soit un pourcentage de

   $\dfrac{4}{7} \times 100 \approx 0,571 \times 100$, soit environ 57 % : le journaliste a raison.
3. L'allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.

   Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.

   De 28 h 50 min à 29 h, il y a 10 min, et de 29 h à 30 h 12 min, il y a 1 h 12 min ; donc de 28 h 50 min à 30 h 12 min, il y a 1 h 22 min.

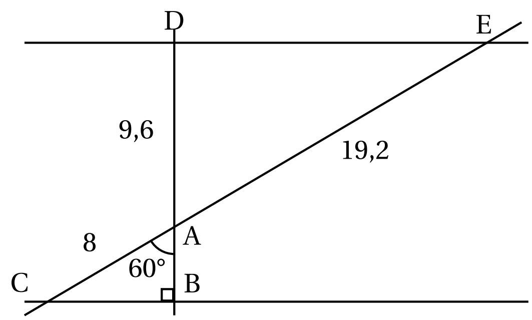
   Le dernier au classement a donc accumulé 1 heure et 22 minutes de retard par rapport au vainqueur.
4. L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min, soit $3 \times 60 + 51 = 231$ min. Sa vitesse moyenne en km/h répond à la question : il a parcouru 166 kilomètres en 231 minutes, combien de kilomètres a-t-il parcourus en 60 minutes ?

   $\dfrac{166}{231} \times 60 \approx 43$ donc la vitesse moyenne du vainqueur est de 43 km/h.

Exercice 3 **21 points**

On considère la figure suivante, où toutes les longueurs sont données en centimètre. Les points C, A et E sont alignés et les points B, A et D sont alignés.

La figure n'est pas représentée en vraie grandeur.



1. Le triangle ABC est rectangle en B donc $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{AB}{AC}$.

Or $\widehat{BAC} = 60°$ et $\cos(60°) = \dfrac{1}{2}$. De plus $AC = 8$.

Donc $\dfrac{1}{2} = \dfrac{AB}{8}$ donc $AB = 4$. Le segment [AB] mesure 4 cm.

2. Les points B, A, D d'une part, et C, A, E d'autre part sont alignés dans cet ordre.
$\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{8}{4} = 2$ et $\dfrac{AE}{AD} = \dfrac{19,2}{9,6} = 2$ donc $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AE}{AD}$
D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut en conclure que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

3. La droite (DB) est perpendiculaire à la droite (BC), et les droites (BC) et (DE) sont parallèles. Or, quand deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

On en déduit que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).

4. L'aire du triangle ADE, rectangle en D, est : $\dfrac{DE \times AD}{2}$; on calcule DE.

Le triangle ADE est rectangle en D donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$AE^2 = AD^2 + DE^2$ donc $19,2^2 = 9,6^2 + DE^2$ donc $DE^2 = 276,48$ donc $DE = \sqrt{276,48}$
$\dfrac{DE \times AD}{2} = \dfrac{\sqrt{276,48} \times 9,6}{2} \approx 80$
L'aire du triangle ADE vaut environ 80 cm^2.

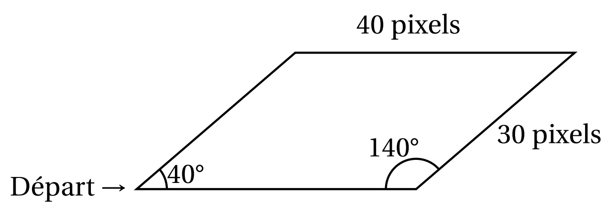
Exercice 4 **15 points**

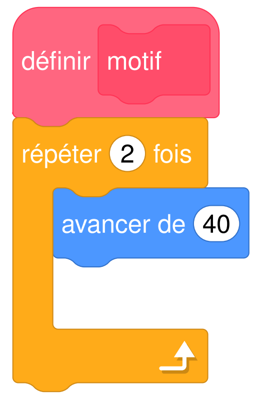
Partie A

Un professeur donne à ses élèves un motif en forme de parallélogramme et le script, en partie rédigé, qui permet de tracer ce motif.

On précise que le lutin est au point de départ, comme indiqué sur la figure ci- dessous, et qu'il est orienté vers la droite :

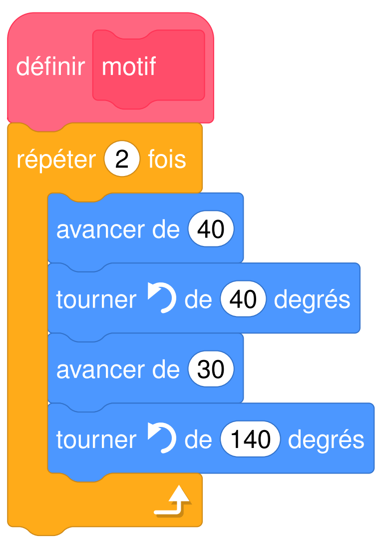
Parallélogramme obtenu : Script du motif





On considère les instructions :

Avec ces instructions, on complète le script du motif permettant de tracer le parallélogramme :

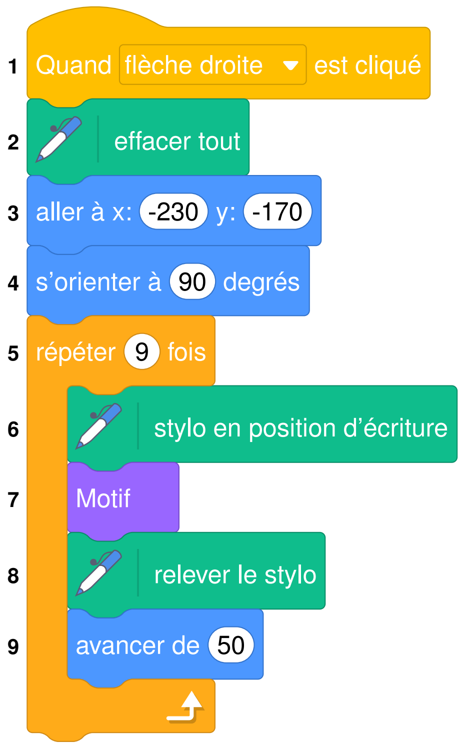


Partie B

Le professeur demande ensuite à ses élèves d'intégrer ce script dans un programme de leur choix permettant de tracer des figures composées de plusieurs de ces motifs.

Voici les programmes écrits par deux élèves.

Programme de l'élève A



Programme de l'élève B

On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. Pour lancer le programme de l'élève B il faut appuyer sur la barre d'espace.
2. Parmi les figures suivantes :
   a. la figure 1 est obtenue avec le programme de l'élève A ;
   b. la figure 4 est obtenue avec le programme de l'élève B.

Figure 1

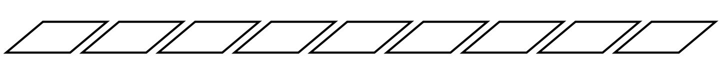


Figure 2

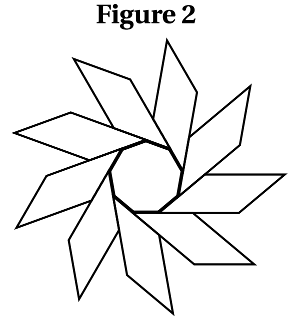


Figure 3

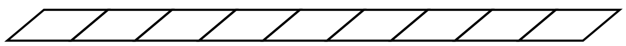
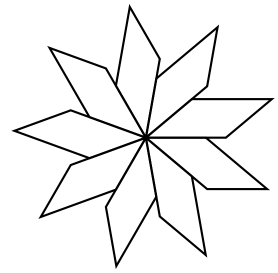


Figure 4



Exercice 5 — 25 points

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

1. Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco. Il souhaite fabriquer ces boîtes de sorte que :

   - Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte ;
   - Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte ;
   - Toutes les truffes soient utilisées.

   a. $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$ et $175 = 5 \times 5 \times 7 = 5^2 \times 7$

   b. On cherche le PGCD de 125 et 175.

125	5	5	5	
175		5	5	7
PGCD		5	5	

   Donc le PGCD de 125 et 175 est $5 \times 5 = 25$, donc les diviseurs communs de 125 et 175 sont ceux de 25, c'est-à-dire : 1, 5 et 25.

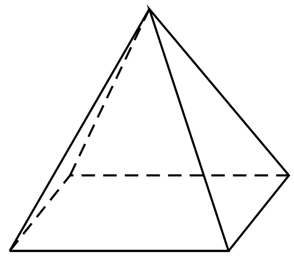
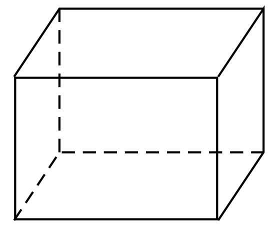
   c. Le chocolatier pourra donc réaliser un maximum de 25 boîtes.

   d. $\dfrac{125}{25} = 5$ donc il y aura 5 truffes parfumées au café dans chacune des 25 boîtes.
   $\dfrac{175}{25} = 7$ donc il y aura 7 truffes enrobées de noix de coco dans chacune des 25 boîtes.

2. Le chocolatier souhaite fabriquer des boîtes contenant 12 truffes. Pour cela, il a le choix entre deux types de boites qui peuvent contenir les 12 truffes, et dont les caractéristiques sont données ci-dessous.

   Chacune des 12 truffes est assimilée à une boule de diamètre 1,5 cm.

   À l'intérieur d'une boîte, pour que les truffes ne s'abîment pas pendant le transport, le volume occupé par les truffes doit être supérieur au volume non occupé par les truffes.

Type A	**Type B**
	
Pyramide à base carrée de côté 4,8 cm et de hauteur 5 cm	Pavé droit de longueur 5 cm, de largeur 3,5 cm et de hauteur 3,5 cm

- **Les truffes**

  La truffe est assimilée à une boule de diamètre $1,5$ cm, donc de rayon $0,75$ cm; son volume est donc, en cm^3 : $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 0,75^3$.

  Le volume occupé par 12 truffes est donc de $12 \times \dfrac{4}{3} \times \pi \times 0,75^3 = 6,75\pi$ soit environ $21,2$ cm^3.

- **La pyramide**

  La pyramide a une base carrée de côté $4,8$ cm; l'aire de sa base est donc, en cm^2 : $4,8 \times 4,8 = 23,04$.

  Son volume est, en cm^3 : $\dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{23,04 \times 5}{3} = 38,4$.

  Le volume de la pyramide est de $38,4$ cm^3; celui des 12 truffes est d'environ $21,2$ cm^3.

  Le volume non occupé par les truffes est d'environ $38,4 - 21,2$ soit $17,2$ cm^3 ; il est inférieur au volume des 12 truffes donc la boîte en forme de pyramide convient.

- **Le pavé droit**

  Le pavé droit a pour volume, en cm^3 : $5 \times 3,5 \times 3,5 = 61,25$.

  Si on met 12 truffes dans cette boîte, le volume non occupé par les truffes est d'environ $61,25 - 21,2$ soit $40,05$ cm^3 ; il est supérieur au volume des 12 truffes donc la boîte en forme de pavé droit ne convient pas.