Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_1 = 7$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au triple du précédent, on a : $u_2 = 3u_1 = 3 \times 7 = \frac{21}{1} = 21$; $u_3 = 3u_2 = 3 \times 21 = \frac{63}{1} = 63$; $u_4 = 3u_3 = 3 \times 63 = \frac{189}{1} = 189$; $u_5 = 3u_4 = 3 \times 189 = \frac{567}{1} = 567$; $u_6 = 3u_5 = 3 \times 567 = \frac{1701}{1} = 1701$.

- **a)** Calcul du sixième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4 ; le cinquième terme est u_5 ; le sixième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 1701$.
- **b)** Le terme de rang 5 est : $u_5 = 567$.
- **c)** Nous avons calculé que : $u_6 = 1701$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 4$ par : $u_n = \frac{2^n}{4n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

- **a)** Calcul du sixième terme : le premier terme est u_4 ; le deuxième terme est u_5 ; le troisième terme est u_6 ; le quatrième terme est u_7 ; le cinquième terme est u_8 ; le sixième terme est u_9. Le terme demandé est donc : $u_9 = \frac{2^9}{4\times 9} = \frac{512}{36} = \frac{128}{9}$. La solution est $u_9 = \frac{128}{9}$.
- **b)** Le terme de rang 5 est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{2^5}{4\times 5} = \frac{32}{20} = \frac{8}{5}$. La solution est donc : $u_5 = \frac{8}{5}$.
- **c)** On a : $u_6 = \frac{2^6}{4\times 6} = \frac{64}{24} = \frac{8}{3}$. La solution est donc : $u_6 = \frac{8}{3}$.

►**3.** La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = -5 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = u_n + 2. \end{cases}$$

$$u_3 = u_2 + 2 = -5 + 2 = -3$$
$$u_4 = u_3 + 2 = -3 + 2 = -1$$
$$u_5 = u_4 + 2 = -1 + 2 = 1$$
$$u_6 = u_5 + 2 = 1 + 2 = 3$$
$$u_7 = u_6 + 2 = 3 + 2 = 5$$

- **a)** Calcul du sixième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = 5$.
- **b)** Le terme de rang 5 est : $u_5 = 1$.
- **c)** Nous avons calculé que : $u_6 = 3$.

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_1 = 10$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au dixième du précédent, on a : $u_2 = \frac{1}{10}u_1 = \frac{1}{10} \times 10 = \frac{10}{10} = 1$; $u_3 = \frac{1}{10}u_2 = \frac{1}{10} \times 1 = \frac{1}{10}$; $u_4 = \frac{1}{10}u_3 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$.

- **a)** Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{1}{100}$.
- **b)** Le terme de rang 3 est : $u_3 = \frac{1}{10}$.
- **c)** Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{1}{100}$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = 5n + 6$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

- **a)** Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = 5 \times 5 + 6 = 31$. La solution est $u_5 = 31$.

b) Le terme de rang 3 est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = 5 \times 3 + 6 = 21$. La solution est donc : $u_3 = 21$.

c) On a : $u_4 = 5 \times 4 + 6 = 26$. La solution est donc : $u_4 = 26$.

▶3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = 5 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n. \end{cases}$$

$$u_3 = \frac{3}{5}u_2 = \frac{3}{5} \times 5 = \frac{15}{5} = 3.0$$
$$u_4 = \frac{3}{5}u_3 = \frac{3}{5} \times 3.0 = \frac{9.0}{5}$$
$$u_5 = \frac{3}{5}u_4 = \frac{3}{5} \times \frac{9.0}{5.0} = \frac{27.0}{25.0}$$

a) Calcul du quatrième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{27.0}{25.0}$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = 3.0$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{9.0}{5.0}$.

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_0 = 2$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_1 = -u_0 = -2$; $u_2 = -u_1 = 2$; $u_3 = -u_2 = -2$; $u_4 = -u_3 = 2$; $u_5 = -u_4 = -2$.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = -2$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = -2$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = 2$.

▶2. La suite u est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = \frac{10^n}{5n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = \frac{10^7}{5\times7} = \frac{10000000}{35} = \frac{2000000}{7}$. La solution est $u_7 = \frac{2000000}{7}$.

b) Le terme de rang 3 est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{10^3}{5\times3} = \frac{1000}{15} = \frac{200}{3}$. La solution est donc : $u_3 = \frac{200}{3}$.

c) On a : $u_4 = \frac{10^4}{5\times4} = \frac{10000}{20} = 500.0$. La solution est donc : $u_4 = 500.0$.

▶3. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 4. \end{cases}$$

$$u_1 = \frac{1}{4}u_0 + 4 = \frac{1}{4} \times 1 + 4 = \frac{1}{4} + \frac{4 \times 4}{4} = \frac{1+16}{4} = \frac{17}{4}$$
$$u_2 = \frac{1}{4}u_1 + 4 = \frac{1}{4} \times \frac{17}{4} + 4 = \frac{17}{16} + \frac{4 \times 16}{16} = \frac{17+64}{16} = \frac{81}{16}$$
$$u_3 = \frac{1}{4}u_2 + 4 = \frac{1}{4} \times \frac{81}{16} + 4 = \frac{81}{64} + \frac{4 \times 64}{64} = \frac{81+256}{64} = \frac{337}{64}$$
$$u_4 = \frac{1}{4}u_3 + 4 = \frac{1}{4} \times \frac{337}{64} + 4 = \frac{337}{256} + \frac{4 \times 256}{256} = \frac{337+1024}{256} = \frac{1361}{256}$$
$$u_5 = \frac{1}{4}u_4 + 4 = \frac{1}{4} \times \frac{1361}{256} + 4 = \frac{1361}{1024} + \frac{4 \times 1024}{1024} = \frac{1361+4096}{1024} = \frac{5457}{1024}$$

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{5457}{1024}$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = \frac{337}{64}$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{1361}{256}$.

Corrigé de l'exercice 4

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_3 = -10$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à dix fois le précédent, on a : $u_4 = 10u_3 = 10 \times -10 = \frac{-100}{1} = -100$; $u_5 = 10u_4 = 10 \times -100 = \frac{-1000}{1} = -1000$; $u_6 = 10u_5 = 10 \times -1000 = \frac{-10000}{1} = -10000$.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = -100$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = -100$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = -10000$.

►2. La suite u est définie pour $n \geqslant 3$ par : $u_n = n - 4$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = 4 - 4 = 0$. La solution est $u_4 = 0$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Ce terme a déjà été calculé, et $u_4 = 0$.

c) On a : $u_6 = 6 - 4 = 2$. La solution est donc : $u_6 = 2$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 3$, par :

$$\begin{cases} u_3 = 7 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 3 : u_{n+1} = 10u_n + 6. \end{cases}$$

$$u_4 = 10u_3 + 6 = 10 \times 7 + 6 = 76$$
$$u_5 = 10u_4 + 6 = 10 \times 76 + 6 = 766$$
$$u_6 = 10u_5 + 6 = 10 \times 766 + 6 = 7666$$

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = 76$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 76$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = 7666$.

Corrigé de l'exercice 5

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_0 = 5$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_1 = -u_0 = -5$; $u_2 = -u_1 = 5$; $u_3 = -u_2 = -5$; $u_4 = -u_3 = 5$; $u_5 = -u_4 = -5$; $u_6 = -u_5 = 5$.

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2. Le terme demandé est donc : $u_2 = 5$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 5$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = 5$.

►2. La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = 4n^2 + 3n + 5$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = 4 \times 4^2 + 3 \times 4 + 5 = 64 + 12 + 5 = 81$. La solution est $u_4 = 81$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 4\times 6^2+3\times 6+5 = 144+18+5 = 167$. La solution est donc : $u_6 = 167$.

c) Ce terme a déjà été calculé, et $u_4 = 81$.

▶**3.** La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 1$, par :

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 1 : u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - 3. \end{cases}$$

$$u_2 = \frac{3}{5}u_1 - 3 = \frac{3}{5} \times (-3) - 3 = \frac{-9}{5} - \frac{3\times 5}{5} = \frac{-9-15}{5} = \frac{-24}{5}$$
$$u_3 = \frac{3}{5}u_2 - 3 = \frac{3}{5} \times \left(\frac{-24}{5}\right) - 3 = \frac{-72}{25} + \frac{-3\times 25}{25} = \frac{-72-75}{25} = \frac{147}{-25}$$
$$u_4 = \frac{3}{5}u_3 - 3 = \frac{3}{5} \times \left(\frac{147}{-25}\right) - 3 = \frac{441}{-125} + \frac{-3\times -125}{-125} = \frac{441+375}{-125} = \frac{816}{-125}$$
$$u_5 = \frac{3}{5}u_4 - 3 = \frac{3}{5} \times \left(\frac{816}{-125}\right) - 3 = \frac{2448}{-625} + \frac{-3\times -625}{-625} = \frac{2448+1875}{-625} = \frac{4323}{-625}$$
$$u_6 = \frac{3}{5}u_5 - 3 = \frac{3}{5} \times \left(\frac{4323}{-625}\right) - 3 = \frac{12969}{-3125} + \frac{-3\times -3125}{-3125} = \frac{12969+9375}{-3125} = \frac{-22344}{3125}$$

a) Calcul du troisième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{147}{-25}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{-22344}{3125}$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{816}{-125}$.