Corrigé de l'exercice 1

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_1 = 3$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'inverse du précédent, on a : $u_2 = \frac{1}{u_1} = \frac{1}{3}$; $u_3 = \frac{1}{u_2} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$; $u_4 = \frac{1}{u_3} = \frac{1}{3}$; $u_5 = \frac{1}{u_4} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$; $u_6 = \frac{1}{u_5} = \frac{1}{3}$; $u_7 = \frac{1}{u_6} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4 ; le cinquième terme est u_5 ; le sixième terme est u_6 ; le septième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = 3$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = 3$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = \frac{1}{3}$.

►**2.** La suite u est définie pour $n \geqslant 2$ par : $u_n = \frac{7^n}{3n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7 ; le septième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = \frac{7^8}{3\times 8} = \frac{5764801}{24}$. La solution est $u_8 = \frac{5764801}{24}$.

b) Le terme de rang 3 est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{7^3}{3\times 3} = \frac{343}{9}$. La solution est donc : $u_3 = \frac{343}{9}$.

c) On a : $u_6 = \frac{7^6}{3\times 6} = \frac{117649}{18}$. La solution est donc : $u_6 = \frac{117649}{18}$.

►**3.** La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = -1 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = 4u_n. \end{cases}$$

$$u_3 = 4u_2 = 4 \times (-1) = -4.0$$
$$u_4 = 4u_3 = 4 \times (-4.0) = -16.0$$
$$u_5 = 4u_4 = 4 \times (-16.0) = -64.0$$
$$u_6 = 4u_5 = 4 \times (-64.0) = -256.0$$
$$u_7 = 4u_6 = 4 \times (-256.0) = -1024.0$$
$$u_8 = 4u_7 = 4 \times (-1024.0) = -4096.0$$

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7 ; le septième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = -4096.0$.

b) Le terme de rang 3 est : $u_3 = -4.0$.

c) Nous avons calculé que : $u_6 = -256.0$.

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_0 = 5$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_1 = -u_0 = -5$; $u_2 = -u_1 = 5$; $u_3 = -u_2 = -5$; $u_4 = -u_3 = 5$; $u_5 = -u_4 = -5$; $u_6 = -u_5 = 5$.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = -5$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 5$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = 5$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 1$ par : $u_n = n - 1$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4 ; le cinquième terme est u_5 ; le sixième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 6 - 1 = 5$. La solution est $u_6 = 5$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Ce terme a déjà été calculé, et $u_6 = 5$.

c) On a : $u_4 = 4 - 1 = 3$. La solution est donc : $u_4 = 3$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 3$, par :

$$\begin{cases} u_3 = 7 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 3 : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_4 &= \frac{2}{3}u_3 = \frac{2}{3} \times 7 = \frac{14}{3} \\
u_5 &= \frac{2}{3}u_4 = \frac{2}{3} \times \frac{14}{3} = \frac{28}{9} \\
u_6 &= \frac{2}{3}u_5 = \frac{2}{3} \times \frac{28}{9} = \frac{56}{27} \\
u_7 &= \frac{2}{3}u_6 = \frac{2}{3} \times \frac{56}{27} = \frac{112}{81} \\
u_8 &= \frac{2}{3}u_7 = \frac{2}{3} \times \frac{112}{81} = \frac{224}{243}
\end{aligned}$$

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = \frac{224}{243}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{56}{27}$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{14}{3}$.

Corrigé de l'exercice 3

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_2 = 2$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_3 = -u_2 = -2$; $u_4 = -u_3 = 2$; $u_5 = -u_4 = -2$; $u_6 = -u_5 = 2$.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = -2$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 2$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = -2$.

►2. La suite u est définie pour $n \geqslant 4$ par : $u_n = -2n^2 - 5n - 5$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_4 ; le deuxième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = -2 \times 5^2 - 5 \times 5 - 5 = -50 - 25 - 5 = -80$. La solution est $u_5 = -80$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = -2 \times 6^2 - 5 \times 6 - 5 = -72 - 30 - 5 = -107$. La solution est donc : $u_6 = -107$.

c) Ce terme a déjà été calculé, et $u_5 = -80$.

►3. La suite u est définie par récurrence, pour $n \geqslant 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = -9 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 0 : u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n. \end{cases}$$

$u_1 = \dfrac{2}{5}u_0 = \dfrac{2}{5} \times (-9) = \dfrac{-18}{5}$
$u_2 = \dfrac{2}{5}u_1 = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{-18}{5} = \dfrac{-36}{25}$
$u_3 = \dfrac{2}{5}u_2 = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{-36}{25} = \dfrac{-72}{125}$
$u_4 = \dfrac{2}{5}u_3 = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{-72}{125} = \dfrac{-144}{625}$
$u_5 = \dfrac{2}{5}u_4 = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{-144}{625} = \dfrac{-288}{3125}$
$u_6 = \dfrac{2}{5}u_5 = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{-288}{3125} = \dfrac{-576}{15625}$

- **a)** Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1. Le terme demandé est donc : $u_1 = \frac{-18}{5}$.
- **b)** Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{-576}{15625}$.
- **c)** Nous avons calculé que : $u_5 = \frac{-288}{3125}$.

Corrigé de l'exercice 4

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_3 = 2$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_4 = -u_3 = -2$; $u_5 = -u_4 = 2$; $u_6 = -u_5 = -2$; $u_7 = -u_6 = 2$; $u_8 = -u_7 = -2$.

- **a)** Calcul du sixième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7 ; le sixième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = -2$.
- **b)** Le terme de rang 6 est : $u_6 = -2$.
- **c)** Nous avons calculé que : $u_4 = -2$.

►2. La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 0$ par : $u_n = \frac{3^n}{4n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

- **a)** Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = \frac{3^5}{4\times5} = \frac{243}{20}$. La solution est $u_5 = \frac{243}{20}$.
- **b)** Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = \frac{3^6}{4\times6} = \frac{729}{24} = \frac{243}{8}$. La solution est donc : $u_6 = \frac{243}{8}$.
- **c)** On a : $u_4 = \frac{3^4}{4\times4} = \frac{81}{16}$. La solution est donc : $u_4 = \frac{81}{16}$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = -7 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n. \end{cases}$$

$u_3 = \dfrac{2}{3}u_2 = \dfrac{2}{3} \times (-7) = \dfrac{-14}{3}$
$u_4 = \dfrac{2}{3}u_3 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{-14}{3} = \dfrac{-28}{9}$
$u_5 = \dfrac{2}{3}u_4 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{-28}{9} = \dfrac{-56}{27}$
$u_6 = \dfrac{2}{3}u_5 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{-56}{27} = \dfrac{-112}{81}$
$u_7 = \dfrac{2}{3}u_6 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{-112}{81} = \dfrac{-224}{243}$

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = \frac{-224}{243}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{-112}{81}$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{-28}{9}$.

Corrigé de l'exercice 5

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_3 = -5$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on ajoute 6, on a : $u_4 = u_3 + 6 = -5 + 6 = 1$; $u_5 = u_4 + 6 = 1 + 6 = 7$; $u_6 = u_5 + 6 = 7 + 6 = 13$.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = 1$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 13$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 7$.

►2. La suite (u_n) est définie pour $n \geqslant 1$ par : $u_n = \frac{1}{2}n$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2. Le terme demandé est donc : $u_2 = \frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{2} = 1.0$. La solution est $u_2 = 1.0$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = \frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{2} = 3.0$. La solution est donc : $u_6 = 3.0$.

c) On a : $u_5 = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$. La solution est donc : $u_5 = \frac{5}{2}$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geqslant 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = 2 \\ \text{Pour tout } n \geqslant 2 : u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n - 5. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_3 &= \frac{2}{5}u_2 - 5 = \frac{2}{5} \times 2 - 5 = \frac{4}{5} - \frac{5 \times 5}{5} = \frac{4 - 25}{5} = \frac{21}{-5} \\
u_4 &= \frac{2}{5}u_3 - 5 = \frac{2}{5} \times \left(\frac{21}{-5}\right) - 5 = \frac{42}{-25} + \frac{-5 \times -25}{-25} = \frac{42 + 125}{-25} = \frac{167}{-25} \\
u_5 &= \frac{2}{5}u_4 - 5 = \frac{2}{5} \times \left(\frac{167}{-25}\right) - 5 = \frac{334}{-125} + \frac{-5 \times -125}{-125} = \frac{334 + 625}{-125} = \frac{-959}{125} \\
u_6 &= \frac{2}{5}u_5 - 5 = \frac{2}{5} \times \left(\frac{-959}{125}\right) - 5 = \frac{-1918}{625} + \frac{-5 \times 625}{625} = \frac{-1918 - 3125}{625} = \frac{-5043}{625}
\end{aligned}$$

a) Calcul du deuxième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3. Le terme demandé est donc : $u_3 = \frac{21}{-5}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{-5043}{625}$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = \frac{-959}{125}$.