Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 11x + 28$ sur $I = [0~;~5]$.
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 28 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-11-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-11-3}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-11+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-11+3}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = -4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 et -4 ne sont pas dans $[0~;~5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 12x^2 + 37x - 10$ sur $I = [-5~;~5]$.
Je calcule $\Delta = 37^2 - 4 \times 12 \times (-10) = 1\,849$ et $\sqrt{1\,849} = 43$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-37-\sqrt{1\,849}}{2\times 12} &= \frac{-37-\sqrt{1\,849}}{24}\\ &= \frac{-37-43}{24}\\ &= \frac{-80}{24}\\ &= \frac{-10_{\times 8}}{3_{\times 8}}\\ &= \frac{-10}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-37+\sqrt{1\,849}}{2\times 12} &= \frac{-37+\sqrt{1\,849}}{24}\\ &= \frac{-37+43}{24}\\ &= \frac{6}{24}\\ &= \frac{1_{\times 6}}{4_{\times 6}}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-10}{3}$ et $x_2 = \frac{1}{4}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{10}{3}$		$\frac{1}{4}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 9x - 7$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 109$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-9-\sqrt{109}}{2\times 1} = \frac{-9-\sqrt{109}}{2}$$

$$\frac{-9+\sqrt{109}}{2\times 1} = \frac{-9+\sqrt{109}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-9-\sqrt{109}}{2}$ et $x_2 = \frac{-9+\sqrt{109}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{-9-\sqrt{109}}{2}$		$\frac{-9+\sqrt{109}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 16x + 60$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times 1 \times 60 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-16-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-16-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-16-4}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-16+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-16+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-16+4}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 et -6 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -9x^2 - 35x + 4$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-35)^2 - 4 \times (-9) \times 4 = 1\,369$ et $\sqrt{1\,369} = 37$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-35)+\sqrt{1\,369}}{2\times(-9)} &= \frac{35+\sqrt{1\,369}}{-18}\\ &= \frac{35+37}{-18}\\ &= \frac{72}{-18}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-35)-\sqrt{1\,369}}{2\times(-9)} &= \frac{35-\sqrt{1\,369}}{-18}\\ &= \frac{35-37}{-18}\\ &= \frac{-2}{-18}\\ &= \frac{1_{\times(-2)}}{9_{\times(-2)}}\\ &= \frac{1}{9}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = \frac{1}{9}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-4		$\frac{1}{9}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 6x + 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 72$ et $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{72}}{2\times(-1)} &= \frac{-6+\sqrt{72}}{-2}\\ &= \frac{-6+6\sqrt{2}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-2)}-3_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 3-3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{72}}{2\times(-1)} &= \frac{-6-\sqrt{72}}{-2}\\ &= \frac{-6-6\sqrt{2}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-2)}+3_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 3+3\sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 3-3\sqrt{2}$ et $x_2 = 3+3\sqrt{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$3-3\sqrt{2}$		$3+3\sqrt{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2+9x+18$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 9^2-4\times1\times18 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{9}}{2\times1} &= \frac{-9-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-9-3}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{9}}{2\times1} &= \frac{-9+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-9+3}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = -3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -6 et -3 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -21x^2-2x+3$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-2)^2-4\times(-21)\times3 = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)+\sqrt{256}}{2\times(-21)} &= \frac{2+\sqrt{256}}{-42}\\ &= \frac{2+16}{-42}\\ &= \frac{18}{-42}\\ &= \frac{-3_{\times(-6)}}{7_{\times(-6)}}\\ &= \frac{-3}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)-\sqrt{256}}{2\times(-21)} &= \frac{2-\sqrt{256}}{-42}\\ &= \frac{2-16}{-42}\\ &= \frac{-14}{-42}\\ &= \frac{1_{\times(-14)}}{3_{\times(-14)}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-3}{7}$ et $x_2 = \dfrac{1}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{3}{7}$		$\frac{1}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 4x - 2$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 24$ et $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{24}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{24}}{2}\\ &= \frac{-4-2\sqrt{6}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{6}}{1_{\times 2}}\\ &= -2-\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{24}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{24}}{2}\\ &= \frac{-4+2\sqrt{6}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{6}}{1_{\times 2}}\\ &= -2+\sqrt{6}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2 - \sqrt{6}$ et $x_2 = -2 + \sqrt{6}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{6}$		$-2+\sqrt{6}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 4

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 6x - 16$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-16) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)-\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{6-\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{6-10}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)+\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{6+\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{6+10}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $3 + \sqrt{7}$ n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		$3-\sqrt{7}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 24x^2 - 13x - 7$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 24 \times (-7) = 841$ et $\sqrt{841} = 29$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13)-\sqrt{841}}{2\times 24} &= \frac{13-\sqrt{841}}{48}\\ &= \frac{13-29}{48}\\ &= \frac{-16}{48}\\ &= \frac{-1_{\times 16}}{3_{\times 16}}\\ &= \frac{-1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-13)+\sqrt{841}}{2\times 24} &= \frac{13+\sqrt{841}}{48}\\ &= \frac{13+29}{48}\\ &= \frac{42}{48}\\ &= \frac{7_{\times 6}}{8_{\times 6}}\\ &= \frac{7}{8}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{3}$ et $x_2 = \frac{7}{8}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{1}{3}$		$\frac{7}{8}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 5x + 3$ sur $I = \mathbb{R}$.

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 37$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{37}}{2\times(-1)} &= \frac{-5+\sqrt{37}}{-2}\\ &= \frac{5_{\times(-1)}-1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{5-\sqrt{37}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{37}}{2\times(-1)} &= \frac{-5-\sqrt{37}}{-2}\\ &= \frac{5_{\times(-1)}+1_{\times(-1)}\sqrt{37}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{5+\sqrt{37}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{5-\sqrt{37}}{2}$ et $x_2 = \frac{5+\sqrt{37}}{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{5-\sqrt{37}}{2}$		$\frac{5+\sqrt{37}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 3x - 4$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-3-5}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-3+5}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -4 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		1		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = 5x^2 + 4x - 9$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 5 \times (-9) = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-4-\sqrt{196}}{2\times 5} = \frac{-4-\sqrt{196}}{10} = \frac{-4-14}{10} = \frac{-18}{10} = \frac{-9_{\times 2}}{5_{\times 2}} = \frac{-9}{5}$$

$$\frac{-4+\sqrt{196}}{2\times 5} = \frac{-4+\sqrt{196}}{10} = \frac{-4+14}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-9}{5}$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{9}{5}$		1		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 7x - 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 69$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-7-\sqrt{69}}{2\times 1} = \frac{-7-\sqrt{69}}{2}$$

$$\frac{-7+\sqrt{69}}{2\times 1} = \frac{-7+\sqrt{69}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-7-\sqrt{69}}{2}$ et $x_2 = \frac{-7+\sqrt{69}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{-7-\sqrt{69}}{2}$		$\frac{-7+\sqrt{69}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 6

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 8x + 7$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 7 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-8)-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{8-\sqrt{36}}{2} = \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{-(-8)+\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{8+\sqrt{36}}{2} = \frac{8+6}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 7$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -11x^2 - 47x - 12$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-47)^2 - 4\times(-11)\times(-12) = 1\,681$ et $\sqrt{1\,681} = 41$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-47)+\sqrt{1\,681}}{2\times(-11)} = \frac{47+\sqrt{1\,681}}{-22} = \frac{47+41}{-22} = \frac{88}{-22} = -4$$

$$\frac{-(-47)-\sqrt{1\,681}}{2\times(-11)} = \frac{47-\sqrt{1\,681}}{-22} = \frac{47-41}{-22} = \frac{6}{-22} = \frac{-3_{\times(-2)}}{11_{\times(-2)}} = \frac{-3}{11}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = \frac{-3}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-4		$-\frac{3}{11}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 3x + 1$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4\times 1\times 1 = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-3-\sqrt{5}}{2\times 1} = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{-3+\sqrt{5}}{2\times 1} = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 7

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 17x + 70$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 1 \times 70 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-17-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-17-3}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-17+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-17+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-17+3}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 et -7 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -54x^2 + 33x + 35$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 33^2 - 4 \times (-54) \times 35 = 8\,649$ et $\sqrt{8\,649} = 93$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-33+\sqrt{8\,649}}{2\times(-54)} &= \frac{-33+\sqrt{8\,649}}{-108}\\ &= \frac{-33+93}{-108}\\ &= \frac{60}{-108}\\ &= \frac{-5_{\times(-12)}}{9_{\times(-12)}}\\ &= \frac{-5}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-33-\sqrt{8\,649}}{2\times(-54)} &= \frac{-33-\sqrt{8\,649}}{-108}\\ &= \frac{-33-93}{-108}\\ &= \frac{-126}{-108}\\ &= \frac{7_{\times(-18)}}{6_{\times(-18)}}\\ &= \frac{7}{6}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-5}{9}$ et $x_2 = \frac{7}{6}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{5}{9}$		$\frac{7}{6}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 2x + 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 6 = -20$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	