Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 11x + 10$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 10 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-11-\sqrt{81}}{2\times 1} = \frac{-11-\sqrt{81}}{2} = \frac{-11-9}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$

$$\frac{-11+\sqrt{81}}{2\times 1} = \frac{-11+\sqrt{81}}{2} = \frac{-11+9}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 et -1 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -10x^2 - 39x + 4$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-39)^2 - 4 \times (-10) \times 4 = 1\,681$ et $\sqrt{1\,681} = 41$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-39)+\sqrt{1\,681}}{2\times(-10)} = \frac{39+\sqrt{1\,681}}{-20} = \frac{39+41}{-20} = \frac{80}{-20} = -4$$

$$\frac{-(-39)-\sqrt{1\,681}}{2\times(-10)} = \frac{39-\sqrt{1\,681}}{-20} = \frac{39-41}{-20} = \frac{-2}{-20} = \frac{1_{\times(-2)}}{10_{\times(-2)}} = \frac{1}{10}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = \frac{1}{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-4		$\frac{1}{10}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 7x - 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-7+\sqrt{17}}{2\times(-1)} = \frac{-7+\sqrt{17}}{-2} = \frac{7_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{17}}{2_{\times(-1)}} = \frac{7-\sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-7-\sqrt{17}}{2\times(-1)} = \frac{-7-\sqrt{17}}{-2} = \frac{7_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{17}}{2_{\times(-1)}} = \frac{7+\sqrt{17}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{7-\sqrt{17}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{7+\sqrt{17}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{7-\sqrt{17}}{2}$		$\frac{7+\sqrt{17}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 2

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 3x + 2$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{3-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{3-1}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{3+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{3+1}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -9x^2 - 30x - 16$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-30)^2 - 4 \times (-9) \times (-16) = 324$ et $\sqrt{324} = 18$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-30)+\sqrt{324}}{2\times(-9)} &= \frac{30+\sqrt{324}}{-18}\\ &= \frac{30+18}{-18}\\ &= \frac{48}{-18}\\ &= \frac{-8_{\times(-6)}}{3_{\times(-6)}}\\ &= \frac{-8}{3}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-30)-\sqrt{324}}{2\times(-9)} &= \frac{30-\sqrt{324}}{-18}\\ &= \frac{30-18}{-18}\\ &= \frac{12}{-18}\\ &= \frac{-2_{\times(-6)}}{3_{\times(-6)}}\\ &= \frac{-2}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-8}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-2}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{8}{3}$		$-\frac{2}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 2x - 7$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-7) = -24$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$P(x)$	$-$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + x - 90$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-90) = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{361}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{361}}{2}\\ &= \frac{-1-19}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{361}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{361}}{2}\\ &= \frac{-1+19}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 et 9 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0 $\quad$ 5
$P(x)$	$-$

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -66x^2 + 59x - 8$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 59^2 - 4 \times (-66) \times (-8) = 1\,369$ et $\sqrt{1\,369} = 37$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-59+\sqrt{1\,369}}{2\times(-66)} &= \frac{-59+\sqrt{1\,369}}{-132}\\ &= \frac{-59+37}{-132}\\ &= \frac{-22}{-132}\\ &= \frac{1_{\times(-22)}}{6_{\times(-22)}}\\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-59-\sqrt{1\,369}}{2\times(-66)} &= \frac{-59-\sqrt{1\,369}}{-132}\\ &= \frac{-59-37}{-132}\\ &= \frac{-96}{-132}\\ &= \frac{8_{\times(-12)}}{11_{\times(-12)}}\\ &= \frac{8}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1}{6}$ et $x_2 = \frac{8}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{1}{6}$		$\frac{8}{11}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 - 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = -32$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 14x + 48$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 48 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-14) - \sqrt{4}}{2 \times 1} = \frac{14 - \sqrt{4}}{2} = \frac{14-2}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{-(-14) + \sqrt{4}}{2 \times 1} = \frac{14 + \sqrt{4}}{2} = \frac{14+2}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Les racines de P sont $x_1 = 6$ et $x_2 = 8$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0	5
$P(x)$	$+$	

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -24x^2 + 37x - 14$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 37^2 - 4 \times (-24) \times (-14) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-37 + \sqrt{25}}{2 \times (-24)} = \frac{-37 + \sqrt{25}}{-48} = \frac{-37+5}{-48} = \frac{-32}{-48} = \frac{2_{\times(-16)}}{3_{\times(-16)}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-37 - \sqrt{25}}{2 \times (-24)} = \frac{-37 - \sqrt{25}}{-48} = \frac{-37-5}{-48} = \frac{-42}{-48} = \frac{7_{\times(-6)}}{8_{\times(-6)}} = \frac{7}{8}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{2}{3}$ et $x_2 = \frac{7}{8}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{2}{3}$		$\frac{7}{8}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 8x - 3$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 52$ et $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{52}}{2\times(-1)} &= \frac{-8+\sqrt{52}}{-2}\\ &= \frac{-8+2\sqrt{13}}{-2}\\ &= \frac{4_{\times(-2)}-1_{\times(-2)}\sqrt{13}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 4-\sqrt{13}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{52}}{2\times(-1)} &= \frac{-8-\sqrt{52}}{-2}\\ &= \frac{-8-2\sqrt{13}}{-2}\\ &= \frac{4_{\times(-2)}+1_{\times(-2)}\sqrt{13}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 4+\sqrt{13}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 4-\sqrt{13}$ et $x_2 = 4+\sqrt{13}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$4-\sqrt{13}$		$4+\sqrt{13}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 5

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - x - 30$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4\times 1\times(-30) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{1-11}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{1+11}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -5$ et $x_2 = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $\dfrac{1-\sqrt{119}}{2}$ et $\dfrac{1+\sqrt{119}}{2}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -64x^2 - 128x - 63$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-128)^2 - 4\times(-64)\times(-63) = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-128)+\sqrt{256}}{2\times(-64)} &= \frac{128+\sqrt{256}}{-128}\\ &= \frac{128+16}{-128}\\ &= \frac{144}{-128}\\ &= \frac{-9_{\times(-16)}}{8_{\times(-16)}}\\ &= \frac{-9}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-128)-\sqrt{256}}{2\times(-64)} &= \frac{128-\sqrt{256}}{-128}\\ &= \frac{128-16}{-128}\\ &= \frac{112}{-128}\\ &= \frac{-7_{\times(-16)}}{8_{\times(-16)}}\\ &= \frac{-7}{8}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-9}{8}$ et $x_2 = \frac{-7}{8}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{9}{8}$		$-\frac{7}{8}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 3x - 6$ sur $I = \mathbb{R}$.

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 33$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-3-\sqrt{33}}{2\times 1} = \frac{-3-\sqrt{33}}{2} \qquad \frac{-3+\sqrt{33}}{2\times 1} = \frac{-3+\sqrt{33}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3-\sqrt{33}}{2}$ et $x_2 = \frac{-3+\sqrt{33}}{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{33}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{33}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 6

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 6x + 5$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-6)-\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{6-\sqrt{16}}{2} = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{-(-6)+\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{6+\sqrt{16}}{2} = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 5$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -77x^2 + 78x - 16$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = 78^2 - 4 \times (-77) \times (-16) = 1\,156$ et $\sqrt{1\,156} = 34$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-78+\sqrt{1\,156}}{2\times(-77)} = \frac{-78+\sqrt{1\,156}}{-154} = \frac{-78+34}{-154} = \frac{-44}{-154} = \frac{2_{\times(-22)}}{7_{\times(-22)}} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{-78-\sqrt{1\,156}}{2\times(-77)} = \frac{-78-\sqrt{1\,156}}{-154} = \frac{-78-34}{-154} = \frac{-112}{-154} = \frac{8_{\times(-14)}}{11_{\times(-14)}} = \frac{8}{11}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{2}{7}$ et $x_2 = \dfrac{8}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{2}{7}$		$\frac{8}{11}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 8x - 7$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 92$ et $\sqrt{92} = 2\sqrt{23}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-8-\sqrt{92}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{92}}{2} \\ &= \frac{-8-2\sqrt{23}}{2} \\ &= \frac{-4_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{23}}{1_{\times 2}} \\ &= -4-\sqrt{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-8+\sqrt{92}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{92}}{2} \\ &= \frac{-8+2\sqrt{23}}{2} \\ &= \frac{-4_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{23}}{1_{\times 2}} \\ &= -4+\sqrt{23} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4 - \sqrt{23}$ et $x_2 = -4 + \sqrt{23}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-4-\sqrt{23}$		$-4+\sqrt{23}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 7

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 10x + 24$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-10)-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{10-\sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{10-2}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-10)+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{10+\sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{10+2}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 6$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -5x^2 + 34x - 24$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 34^2 - 4 \times (-5) \times (-24) = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-34+\sqrt{676}}{2\times(-5)} &= \frac{-34+\sqrt{676}}{-10}\\ &= \frac{-34+26}{-10}\\ &= \frac{-8}{-10}\\ &= \frac{4_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}}\\ &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-34-\sqrt{676}}{2\times(-5)} &= \frac{-34-\sqrt{676}}{-10}\\ &= \frac{-34-26}{-10}\\ &= \frac{-60}{-10}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{4}{5}$ et $x_2 = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or 6 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$\frac{4}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + x - 2$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times (-2) = -7$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	