Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 12x + 27$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 27 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-12)-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{12-\sqrt{36}}{2} = \frac{12-6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{-(-12)+\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{12+\sqrt{36}}{2} = \frac{12+6}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Les racines de P sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 9$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0	5
$P(x)$	$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -12x^2 - 17x - 6$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times (-12) \times (-6) = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-17)+\sqrt{1}}{2\times(-12)} = \frac{17+\sqrt{1}}{-24} = \frac{17+1}{-24} = \frac{18}{-24} = \frac{-3_{\times(-6)}}{4_{\times(-6)}} = \frac{-3}{4}$$

$$\frac{-(-17)-\sqrt{1}}{2\times(-12)} = \frac{17-\sqrt{1}}{-24} = \frac{17-1}{-24} = \frac{16}{-24} = \frac{-2_{\times(-8)}}{3_{\times(-8)}} = \frac{-2}{3}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-3}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-2}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{3}{4}$		$-\frac{2}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + x - 3$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = -11$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	

Corrigé de l'exercice 2

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 10x + 16$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.

Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 16 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-10-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-10-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-10-6}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-10+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-10+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-10+6}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = -2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -8 et -2 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -4x^2 - 11x - 6$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times (-4) \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{25}}{2\times(-4)} &= \frac{11+\sqrt{25}}{-8}\\ &= \frac{11+5}{-8}\\ &= \frac{16}{-8}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{25}}{2\times(-4)} &= \frac{11-\sqrt{25}}{-8}\\ &= \frac{11-5}{-8}\\ &= \frac{6}{-8}\\ &= \frac{-3_{\times(-2)}}{4_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-3}{4}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{-3}{4}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-2		$-\frac{3}{4}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 - 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times (-9) = -36$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 11x + 24$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 24 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-11-\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-11-5}{2} \\ &= \frac{-16}{2} \\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-11+\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-11+5}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = -3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -8 et -3 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -28x^2 + 71x - 45$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 71^2 - 4\times(-28)\times(-45) = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-71+\sqrt{1}}{2\times(-28)} &= \frac{-71+\sqrt{1}}{-56} \\ &= \frac{-71+1}{-56} \\ &= \frac{-70}{-56} \\ &= \frac{5_{\times(-14)}}{4_{\times(-14)}} \\ &= \frac{5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-71-\sqrt{1}}{2\times(-28)} &= \frac{-71-\sqrt{1}}{-56} \\ &= \frac{-71-1}{-56} \\ &= \frac{-72}{-56} \\ &= \frac{9_{\times(-8)}}{7_{\times(-8)}} \\ &= \frac{9}{7}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{5}{4}$ et $x_2 = \frac{9}{7}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{5}{4}$		$\frac{9}{7}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 4x + 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4\times 1\times 5 = -4$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	

Corrigé de l'exercice 4

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 7x + 10$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4\times 1\times 10 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{7-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{7-3}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{7+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{7+3}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 5$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0	5
$P(x)$	$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 7x - 8$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-7-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-7-9}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-7+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-7+9}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -8 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		1		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 6x - 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = 12$ et $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{12}}{2\times(-1)} &= \frac{-6+\sqrt{12}}{-2}\\ &= \frac{-6+2\sqrt{3}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-2)}-1_{\times(-2)}\sqrt{3}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 3-\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{12}}{2\times(-1)} &= \frac{-6-\sqrt{12}}{-2}\\ &= \frac{-6-2\sqrt{3}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-2)}+1_{\times(-2)}\sqrt{3}}{1_{\times(-2)}}\\ &= 3+\sqrt{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 3 - \sqrt{3}$ et $x_2 = 3 + \sqrt{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$3-\sqrt{3}$		$3+\sqrt{3}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 5

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 3x - 28$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-28) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) - \sqrt{121}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{3 - 11}{2} \\ &= \frac{-8}{2} \\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) + \sqrt{121}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{121}}{2} \\ &= \frac{3 + 11}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $\dfrac{3 - \sqrt{103}}{2}$ et $\dfrac{3 + \sqrt{103}}{2}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -110x^2 + 39x + 5$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 39^2 - 4 \times (-110) \times 5 = 3\,721$ et $\sqrt{3\,721} = 61$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-39 + \sqrt{3\,721}}{2 \times (-110)} &= \frac{-39 + \sqrt{3\,721}}{-220} \\ &= \frac{-39 + 61}{-220} \\ &= \frac{22}{-220} \\ &= \frac{-1_{\times(-22)}}{10_{\times(-22)}} \\ &= \frac{-1}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-39 - \sqrt{3\,721}}{2 \times (-110)} &= \frac{-39 - \sqrt{3\,721}}{-220} \\ &= \frac{-39 - 61}{-220} \\ &= \frac{-100}{-220} \\ &= \frac{5_{\times(-20)}}{11_{\times(-20)}} \\ &= \frac{5}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-1}{10}$ et $x_2 = \dfrac{5}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{1}{10}$		$\frac{5}{11}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 5x + 4$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 41$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5 + \sqrt{41}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 + \sqrt{41}}{-2} \\ &= \frac{5_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{41}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{41}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5 - \sqrt{41}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 - \sqrt{41}}{-2} \\ &= \frac{5_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{41}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{5 + \sqrt{41}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{5-\sqrt{41}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\dfrac{5-\sqrt{41}}{2}$		$\dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 6

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 4x$ sur $I = [0~;~5]$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 0 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-4-4}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-4+4}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 0$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -4 n'est pas dans $[0~;~5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -4x^2 + 9x + 9$ sur $I = [-5~;~5]$.
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-4) \times 9 = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{225}}{2\times(-4)} &= \frac{-9+\sqrt{225}}{-8}\\ &= \frac{-9+15}{-8}\\ &= \frac{6}{-8}\\ &= \frac{-3_{\times(-2)}}{4_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-3}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{225}}{2\times(-4)} &= \frac{-9-\sqrt{225}}{-8}\\ &= \frac{-9-15}{-8}\\ &= \frac{-24}{-8}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-3}{4}$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\dfrac{3}{4}$		3		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 7x + 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 85$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{85}}{2\times(-1)} &= \frac{-7+\sqrt{85}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{85}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7-\sqrt{85}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{85}}{2\times(-1)} &= \frac{-7-\sqrt{85}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{85}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7+\sqrt{85}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{7-\sqrt{85}}{2}$ et $x_2 = \frac{7+\sqrt{85}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{7-\sqrt{85}}{2}$		$\frac{7+\sqrt{85}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 7

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 2x - 48$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-48) = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)-\sqrt{196}}{2\times 1} &= \frac{2-\sqrt{196}}{2}\\ &= \frac{2-14}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)+\sqrt{196}}{2\times 1} &= \frac{2+\sqrt{196}}{2}\\ &= \frac{2+14}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $1 - \sqrt{47}$ et $1 + \sqrt{47}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = -54x^2 - 51x + 14$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-51)^2 - 4 \times (-54) \times 14 = 5\,625$ et $\sqrt{5\,625} = 75$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-51)+\sqrt{5\,625}}{2\times(-54)} &= \frac{51+\sqrt{5\,625}}{-108}\\ &= \frac{51+75}{-108}\\ &= \frac{126}{-108}\\ &= \frac{-7_{\times(-18)}}{6_{\times(-18)}}\\ &= \frac{-7}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-51)-\sqrt{5\,625}}{2\times(-54)} &= \frac{51-\sqrt{5\,625}}{-108}\\ &= \frac{51-75}{-108}\\ &= \frac{-24}{-108}\\ &= \frac{2_{\times(-12)}}{9_{\times(-12)}}\\ &= \frac{2}{9}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-7}{6}$ et $x_2 = \dfrac{2}{9}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\dfrac{7}{6}$		$\dfrac{2}{9}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-0+\sqrt{36}}{2\times(-1)} &= \frac{+\sqrt{36}}{-2} \\ &= \frac{0+6}{-2} \\ &= \frac{6}{-2} \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-0-\sqrt{36}}{2\times(-1)} &= \frac{-\sqrt{36}}{-2} \\ &= \frac{0-6}{-2} \\ &= \frac{-6}{-2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	