Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 11x + 28$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 28 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-11)-\sqrt{9}}{2\times 1} = \frac{11-\sqrt{9}}{2} = \frac{11-3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\frac{-(-11)+\sqrt{9}}{2\times 1} = \frac{11+\sqrt{9}}{2} = \frac{11+3}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Les racines de P sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 7$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -12x^2 - 19x - 5$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-19)^2 - 4 \times (-12) \times (-5) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-19)+\sqrt{121}}{2\times(-12)} = \frac{19+\sqrt{121}}{-24} = \frac{19+11}{-24} = \frac{30}{-24} = \frac{-5_{\times(-6)}}{4_{\times(-6)}} = \frac{-5}{4}$$

$$\frac{-(-19)-\sqrt{121}}{2\times(-12)} = \frac{19-\sqrt{121}}{-24} = \frac{19-11}{-24} = \frac{8}{-24} = \frac{-1_{\times(-8)}}{3_{\times(-8)}} = \frac{-1}{3}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-5}{4}$ et $x_2 = \frac{-1}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{5}{4}$		$-\frac{1}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 3x - 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 29$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-3-\sqrt{29}}{2\times 1} = \frac{-3-\sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{-3+\sqrt{29}}{2\times 1} = \frac{-3+\sqrt{29}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3-\sqrt{29}}{2}$ et $x_2 = \frac{-3+\sqrt{29}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{29}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{29}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 2

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 6x$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{6-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{6-6}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{6+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{6+6}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 6$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0	5
$P(x)$	$+$	

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = 5x^2 + 7x + 2$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 5 \times 2 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{9}}{2\times 5} &= \frac{-7-\sqrt{9}}{10}\\ &= \frac{-7-3}{10}\\ &= \frac{-10}{10}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{9}}{2\times 5} &= \frac{-7+\sqrt{9}}{10}\\ &= \frac{-7+3}{10}\\ &= \frac{-4}{10}\\ &= \frac{-2_{\times 2}}{5_{\times 2}}\\ &= \frac{-2}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-2}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-1		$-\frac{2}{5}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 2x + 3$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{16}}{2\times(-1)} &= \frac{-2+\sqrt{16}}{-2}\\ &= \frac{-2+4}{-2}\\ &= \frac{2}{-2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{16}}{2\times(-1)} &= \frac{-2-\sqrt{16}}{-2}\\ &= \frac{-2-4}{-2}\\ &= \frac{-6}{-2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + x - 12$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{-1-7}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{-1+7}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -4 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		3		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -2x^2 - x + 1$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-2) \times 1 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{9}}{2\times(-2)} &= \frac{1+\sqrt{9}}{-4}\\ &= \frac{1+3}{-4}\\ &= \frac{4}{-4}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{9}}{2\times(-2)} &= \frac{1-\sqrt{9}}{-4}\\ &= \frac{1-3}{-4}\\ &= \frac{-2}{-4}\\ &= \frac{1_{\times(-2)}}{2_{\times(-2)}}\\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{1}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-1		$\frac{1}{2}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 3$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 12$ et $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-0-\sqrt{12}}{2\times 1} = \frac{-\sqrt{12}}{2} = \frac{-2\sqrt{3}}{2} = \frac{0_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{3}}{1_{\times 2}} = -\sqrt{3}$$

$$\frac{-0+\sqrt{12}}{2\times 1} = \frac{+\sqrt{12}}{2} = \frac{+2\sqrt{3}}{2} = \frac{0_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{3}}{1_{\times 2}} = \sqrt{3}$$

Les racines de P sont $x_1 = -\sqrt{3}$ et $x_2 = \sqrt{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 4

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 7x - 18$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4\times 1\times (-18) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-7)-\sqrt{121}}{2\times 1} = \frac{7-\sqrt{121}}{2} = \frac{7-11}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\frac{-(-7)+\sqrt{121}}{2\times 1} = \frac{7+\sqrt{121}}{2} = \frac{7+11}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $\dfrac{7+\sqrt{23}}{2}$ n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		$\dfrac{7-\sqrt{23}}{2}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -12x^2 - 7x + 10$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4\times (-12)\times 10 = 529$ et $\sqrt{529} = 23$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-7)+\sqrt{529}}{2\times (-12)} = \frac{7+\sqrt{529}}{-24} = \frac{7+23}{-24} = \frac{30}{-24} = \frac{-5_{\times(-6)}}{4_{\times(-6)}} = \frac{-5}{4}$$

$$\frac{-(-7)-\sqrt{529}}{2\times (-12)} = \frac{7-\sqrt{529}}{-24} = \frac{7-23}{-24} = \frac{-16}{-24} = \frac{2_{\times(-8)}}{3_{\times(-8)}} = \frac{2}{3}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-5}{4}$ et $x_2 = \dfrac{2}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{5}{4}$		$\frac{2}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 3x + 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{45}}{2\times(-1)} &= \frac{-3+\sqrt{45}}{-2}\\ &= \frac{-3+3\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} - 3_{\times(-1)}\sqrt{5}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3-3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{45}}{2\times(-1)} &= \frac{-3-\sqrt{45}}{-2}\\ &= \frac{-3-3\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} + 3_{\times(-1)}\sqrt{5}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3+3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{3-3\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{3+3\sqrt{5}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{3-3\sqrt{5}}{2}$		$\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 5

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 10x + 21$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{10-4}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{10+4}{2}\\ &= \frac{14}{2}\\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 7$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 110x^2 + 109x + 9$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 109^2 - 4 \times 110 \times 9 = 7\,921$ et $\sqrt{7\,921} = 89$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-109-\sqrt{7\,921}}{2\times 110} &= \frac{-109-\sqrt{7\,921}}{220}\\ &= \frac{-109-89}{220}\\ &= \frac{-198}{220}\\ &= \frac{-9_{\times 22}}{10_{\times 22}}\\ &= \frac{-9}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-109+\sqrt{7\,921}}{2\times 110} &= \frac{-109+\sqrt{7\,921}}{220}\\ &= \frac{-109+89}{220}\\ &= \frac{-20}{220}\\ &= \frac{-1_{\times 20}}{11_{\times 20}}\\ &= \frac{-1}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-9}{10}$ et $x_2 = \frac{-1}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{9}{10}$		$-\frac{1}{11}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 2x + 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 8 = -28$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	

Corrigé de l'exercice 6

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 4x$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 0 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-4-4}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-4+4}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 0$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -4 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -11x^2 - 103x + 70$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-103)^2 - 4 \times (-11) \times 70 = 13\,689$ et $\sqrt{13\,689} = 117$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-103)+\sqrt{13\,689}}{2\times(-11)} &= \frac{103+\sqrt{13\,689}}{-22}\\ &= \frac{103+117}{-22}\\ &= \frac{220}{-22}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-103)-\sqrt{13\,689}}{2\times(-11)} &= \frac{103-\sqrt{13\,689}}{-22}\\ &= \frac{103-117}{-22}\\ &= \frac{-14}{-22}\\ &= \frac{7_{\times(-2)}}{11_{\times(-2)}}\\ &= \frac{7}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = \dfrac{7}{11}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$\frac{7}{11}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0+\sqrt{36}}{2\times(-1)} &= \frac{+\sqrt{36}}{-2}\\ &= \frac{0+6}{-2}\\ &= \frac{6}{-2}\\ &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-0-\sqrt{36}}{2\times(-1)} &= \frac{-\sqrt{36}}{-2}\\ &= \frac{0-6}{-2}\\ &= \frac{-6}{-2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 7

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 12x + 35$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 12^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-12-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-12-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-12-2}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-12+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-12+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-12+2}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = -5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 et -5 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -15x^2 + 29x - 12$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 29^2 - 4 \times (-15) \times (-12) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-29+\sqrt{121}}{2\times(-15)} &= \frac{-29+\sqrt{121}}{-30}\\ &= \frac{-29+11}{-30}\\ &= \frac{-18}{-30}\\ &= \frac{3_{\times(-6)}}{5_{\times(-6)}}\\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-29-\sqrt{121}}{2\times(-15)} &= \frac{-29-\sqrt{121}}{-30}\\ &= \frac{-29-11}{-30}\\ &= \frac{-40}{-30}\\ &= \frac{4_{\times(-10)}}{3_{\times(-10)}}\\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{3}{5}$ et $x_2 = \frac{4}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{3}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 2x - 5$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 24$ et $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{24}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{24}}{2}\\ &= \frac{-2-2\sqrt{6}}{2}\\ &= \frac{-1_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{6}}{1_{\times 2}}\\ &= -1-\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{24}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{24}}{2}\\ &= \frac{-2+2\sqrt{6}}{2}\\ &= \frac{-1_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{6}}{1_{\times 2}}\\ &= -1+\sqrt{6}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1 - \sqrt{6}$ et $x_2 = -1 + \sqrt{6}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{6}$		$-1+\sqrt{6}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	