

Corrigé de l'exercice 1

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 64x^2 + 32x + 4$$

$$= (8x)^2 + 2 \times 8x \times 2 + 2^2$$

$$= (8x + 2)^2$$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{\frac{-1}{4}}$

$$R(x) = x^2 + 9$$

$R(x) \geq 9$ car un carré est toujours positif.

$R(x)$ n'a donc pas de racine.

$Q(x) = x^2 - 8x + 7$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = 1$, $b = -8$ et $c = 7$:

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 7$$

$$\Delta = 64 - 28$$

$$\Delta = 36$$

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{36}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{8 - 6}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{36}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = \frac{8 + 6}{2}$$

$$x_2 = \frac{7 \times 2}{1 \times 2}$$

$$x_2 = 7$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{1}$ et $\boxed{7}$

Corrigé de l'exercice 2

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = -x^2 + 5$$

$$= \sqrt{5}^2 - x^2$$

$$= (\sqrt{5} + x) \times (\sqrt{5} - x)$$

$$= (x + \sqrt{5}) \times (\sqrt{5} - x)$$

$$= (x + \sqrt{5}) \times (-x + \sqrt{5})$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{-\sqrt{5}}$ et $\boxed{\sqrt{5}}$

$$Q(x) = 6x^2 + 6x$$

$$= 6x \times (x + 1)$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{-1}$

$R(x) = x^2 - 8x + 4$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = -8$ et $c = 4$:

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 4$$

$$\Delta = 64 - 16$$

$$\Delta = 48$$

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{48}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{16} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = \frac{(4 - 2\sqrt{3}) \times 2}{1 \times 2}$$

$$x_1 = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{48}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{16} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{(4 + 2\sqrt{3}) \times 2}{1 \times 2}$$

$$x_2 = 4 + 2\sqrt{3}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{4 - 2\sqrt{3}}$ et $\boxed{4 + 2\sqrt{3}}$

Corrigé de l'exercice 3

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = -2x^2 - 5x$$

$$= -x \times (2x + 5)$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\frac{-5}{2}}$

$$Q(x) = 64x^2 - 49$$

$$= (\sqrt{64}x)^2 - \sqrt{49}^2$$

$$= (\sqrt{64}x + \sqrt{49}) \times (\sqrt{64}x - \sqrt{49})$$

$$= (8x + 7) \times (8x - 7)$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{\frac{-7}{8}}$ et $\boxed{\frac{7}{8}}$

$R(x) = x^2 - 10x + 9$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = -10$ et $c = 9$:

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 9$$

$$\Delta = 100 - 36$$

$$\Delta = 64$$

$$x_1 = \frac{10 - \sqrt{64}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{10 - 8}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{10 + \sqrt{64}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = \frac{10 + 8}{2}$$

$$x_2 = \frac{9 \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$x_2 = 9$$

Les racines de $R(x)$ sont et

Corrigé de l'exercice 4

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = -3x^2 - 9$$

$P(x) \leq -9$ car un carré est toujours positif.

$P(x)$ n'a donc pas de racine.

$$R(x) = 4x^2 + 4x$$

$$= 4x \times (x + 1)$$

Les racines de $R(x)$ sont et

$Q(x) = x^2 - 6x + 5$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = 1$, $b = -6$ et $c = 5$:

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5$$

$$\Delta = 36 - 20$$

$$\Delta = 16$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{16}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{6 - 4}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{6 + \sqrt{16}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = \frac{6 + 4}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$x_2 = 5$$

Les racines de $Q(x)$ sont et

Corrigé de l'exercice 5

Déterminer les racines des polynômes :

$$P(x) = 9x^2 - 16$$

$$= (\sqrt{9}x)^2 - \sqrt{16}^2$$

$$= (\sqrt{9}x + \sqrt{16}) \times (\sqrt{9}x - \sqrt{16})$$

$$= (3x + 4) \times (3x - 4)$$

Les racines de $P(x)$ sont et

$$Q(x) = 4x^2 - 24x + 36$$

$$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 6 + 6^2$$

$$= (2x - 6)^2$$

L'unique racine de $Q(x)$ est

$R(x) = -x^2 - 4x - 3$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = -4$ et $c = -3$:

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-1) \times (-3)$$

$$\Delta = 16 - 12$$

$$\Delta = 4$$

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2 \times (-1)}$$

$$x_1 = \frac{4 - 2}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-1 \times (\cancel{-2})}{1 \times (\cancel{-2})}$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2 \times (-1)}$$

$$x_2 = \frac{4 + 2}{-2}$$

$$x_2 = \frac{-3 \times (\cancel{-2})}{1 \times (\cancel{-2})}$$

$$x_2 = -3$$

Les racines de $R(x)$ sont et

Corrigé de l'exercice 6

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 64x^2 - 64x + 16 \\ &= (8x)^2 - 2 \times 8x \times 4 + 4^2 \\ &= (8x - 4)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 3x^2 - 6x \\ &= -3x \times (-x + 2) \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{2}$ $R(x) = -x^2 - 2x + 4$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = -2$ et $c = 4$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-2)^2 - 4 \times (-1) \times 4 \\ \Delta &= 4 - (-16) \\ \Delta &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{2 - \sqrt{20}}{2 \times (-1)} & x_2 &= \frac{2 + \sqrt{20}}{2 \times (-1)} \\ x_1 &= \frac{2 - \sqrt{4} \times \sqrt{5}}{-2} & x_2 &= \frac{2 + \sqrt{4} \times \sqrt{5}}{-2} \\ x_1 &= \frac{(-1 + \sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} & x_2 &= \frac{(-1 - \sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ x_1 &= -1 + \sqrt{5} & x_2 &= -1 - \sqrt{5} \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-1 + \sqrt{5}}$ et $\boxed{-1 - \sqrt{5}}$ **Corrigé de l'exercice 7**

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 16x^2 + 40x + 25 \\ &= (4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + 5^2 \\ &= (4x + 5)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{\frac{-5}{4}}$

$$\begin{aligned} R(x) &= 64x^2 - 9 \\ &= (\sqrt{64}x)^2 - \sqrt{9}^2 \\ &= (\sqrt{64}x + \sqrt{9}) \times (\sqrt{64}x - \sqrt{9}) \\ &= (8x + 3) \times (8x - 3) \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{\frac{-3}{8}}$ et $\boxed{\frac{3}{8}}$ $Q(x) = -x^2 - 10x - 5$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = -1$, $b = -10$ et $c = -5$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-10)^2 - 4 \times (-1) \times (-5) \\ \Delta &= 100 - 20 \\ \Delta &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{10 - \sqrt{80}}{2 \times (-1)} & x_2 &= \frac{10 + \sqrt{80}}{2 \times (-1)} \\ x_1 &= \frac{10 - \sqrt{16} \times \sqrt{5}}{-2} & x_2 &= \frac{10 + \sqrt{16} \times \sqrt{5}}{-2} \\ x_1 &= \frac{(-5 + 2\sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} & x_2 &= \frac{(-5 - 2\sqrt{5}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ x_1 &= -5 + 2\sqrt{5} & x_2 &= -5 - 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{-5 + 2\sqrt{5}}$ et $\boxed{-5 - 2\sqrt{5}}$ **Corrigé de l'exercice 8**

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x^2 - 3x \\ &= -x \times (-2x + 3) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\frac{3}{2}}$

$$\begin{aligned} R(x) &= 81x^2 - 25 \\ &= (\sqrt{81}x)^2 - \sqrt{25}^2 \\ &= (\sqrt{81}x + \sqrt{25}) \times (\sqrt{81}x - \sqrt{25}) \\ &= (9x + 5) \times (9x - 5) \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{\frac{-5}{9}}$ et $\boxed{\frac{5}{9}}$

$Q(x) = -x^2 - 10x - 7$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = -1$, $b = -10$ et $c = -7$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-10)^2 - 4 \times (-1) \times (-7) & x_1 &= \frac{10 - \sqrt{72}}{2 \times (-1)} & x_2 &= \frac{10 + \sqrt{72}}{2 \times (-1)} \\ \Delta &= 100 - 28 & x_1 &= \frac{10 - \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{-2} & x_2 &= \frac{10 + \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{-2} \\ \Delta &= 72 & x_1 &= \frac{(-5 + 3\sqrt{2}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} & x_2 &= \frac{(-5 - 3\sqrt{2}) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ & & x_1 &= -5 + 3\sqrt{2} & x_2 &= -5 - 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{-5 + 3\sqrt{2}}$ et $\boxed{-5 - 3\sqrt{2}}$