Corrigé de l'exercice 1

▶1. Soit $E = x^3 - 10x^2 - 47x + 504)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{cccc|l}
+1x^3 & -10x^2 & -47x & +504 & x+7 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-17x+72 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -17x^2 & -47x & & \\
 & -(-17x^2 & -119x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +72x & +504 & \\
 & & -(+72x & +504) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 10x^2 - 47x + 504 = \left(x^2 - 17x + 72\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 17x + 72$
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times 1 \times 72 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-17) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{17 - \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{17 - 1}{2} \\ &= \frac{16}{2} \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-17) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{17 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{17 + 1}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 8$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 7) \times x^2 - 17x + 72$

▶2. Soit $F = 11x^3 + 13x^2 + 2x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(11x^2 + 13x + 2\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 11x^2 + 13x + 2$
Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 11 \times 2 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-13 - \sqrt{81}}{2 \times 11} &= \frac{-13 - \sqrt{81}}{22} \\ &= \frac{-13 - 9}{22} \\ &= \frac{-22}{22} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-13 + \sqrt{81}}{2 \times 11} &= \frac{-13 + \sqrt{81}}{22} \\ &= \frac{-13 + 9}{22} \\ &= \frac{-4}{22} \\ &= \frac{-2_{\times 2}}{11_{\times 2}} \\ &= \frac{-2}{11} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-2}{11}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 11 \times \ (x - (-1)) \left(x - \left(-\frac{2}{11}\right)\right) = 11 \times \ (x + 1) \left(x + \frac{2}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = 11x\,(x + 1)\left(x + \frac{2}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

▶**1.** Soit $E = x^3 - 8x^2 - 23x + 210)$

a) Comme $E(-5) = 0$, on peut diviser E par $x + 5$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -8x^2 & -23x & +210 & x+5 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +5x^2) & & & x^2-13x+42 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -13x^2 & -23x & & \\
 & -(-13x^2 & -65x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +42x & +210 & \\
 & & -(+42x & +210) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 8x^2 - 23x + 210 = \left(x^2 - 13x + 42\right) \times (x + 5)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 13x + 42$

Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 42 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{13 - \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{13 - 1}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-(-13) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{13 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{13 + 1}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 6$ et $x_2 = 7$.

On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.

On en conclue donc que $E = (x + 5) \times x^2 - 13x + 42$

▶**2.** Soit $F = -2x^3 - x^2 + 5x - 2)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-2x^3 & -1x^2 & +5x & -2 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-2x^3 & +2x^2) & & & -2x^2-3x+2 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -3x^2 & +5x & & \\
 & -(-3x^2 & +3x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +2x & -2 & \\
 & & -(+2x & -2) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-2x^3 - x^2 + 5x - 2 = \left(-2x^2 - 3x + 2\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -2x^2 - 3x + 2$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times (-2) \times 2 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) + \sqrt{25}}{2 \times (-2)} &= \frac{3 + \sqrt{25}}{-4} \\ &= \frac{3 + 5}{-4} \\ &= \frac{8}{-4} \\ &= -2\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-(-3) - \sqrt{25}}{2 \times (-2)} &= \frac{3 - \sqrt{25}}{-4} \\ &= \frac{3 - 5}{-4} \\ &= \frac{-2}{-4} \\ &= \frac{1_{\times(-2)}}{2_{\times(-2)}} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{1}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -2 \times (x - (-2)) \left(x - \frac{1}{2}\right) = -2 \times (x + 2) \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = -2\,(x - 1)\,(x + 2) \left(x - \frac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Soit $E = x^3 + 20x^2 + 116x + 160)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +20x^2 & +116x & +160 & x+10 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2+10x+16 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +10x^2 & +116x & & \\
 & -(+10x^2 & +100x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +16x & +160 & \\
 & & -(+16x & +160) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 20x^2 + 116x + 160 = \left(x^2 + 10x + 16\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 10x + 16$
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 16 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-10 - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-10 - \sqrt{36}}{2} \\
&= \frac{-10 - 6}{2} \\
&= \frac{-16}{2} \\
&= -8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{-10 + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-10 + \sqrt{36}}{2} \\
&= \frac{-10 + 6}{2} \\
&= \frac{-4}{2} \\
&= -2
\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -8$ et $x_2 = -2$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-8))\,(x - (-2)) = (x + 8)\,(x + 2)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\,(x + 8)\,(x + 2)$

►**2.** Soit $F = -21x^3 + 31x^2 - 11x + 1)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-21x^3 & +31x^2 & -11x & +1 & x-1 \\
\cline{5-5}
-(-21x^3 & +21x^2) & & & -21x^2+10x-1 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +10x^2 & -11x & & \\
 & -(+10x^2 & -10x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -1x & +1 & \\
 & & -(-1x & +1) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-21x^3 + 31x^2 - 11x + 1 = \left(-21x^2 + 10x - 1\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -21x^2 + 10x - 1$
Je calcule $\Delta = 10^2 - 4 \times (-21) \times (-1) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-10+\sqrt{16}}{2\times(-21)} &= \frac{-10+\sqrt{16}}{-42}\\ &= \frac{-10+4}{-42}\\ &= \frac{-6}{-42}\\ &= \frac{1_{\times(-6)}}{7_{\times(-6)}}\\ &= \frac{1}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-10-\sqrt{16}}{2\times(-21)} &= \frac{-10-\sqrt{16}}{-42}\\ &= \frac{-10-4}{-42}\\ &= \frac{-14}{-42}\\ &= \frac{1_{\times(-14)}}{3_{\times(-14)}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{7}$ et $x_2 = \frac{1}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -21 \times \left(x - \frac{1}{7}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = -21\,(x-1)\left(x - \frac{1}{7}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Soit $E = x^3 + 8x^2 - 68x - 480)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +8x^2 & -68x & -480 & x+10 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2-2x-48 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -2x^2 & -68x & & \\ & -(-2x^2 & -20x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -48x & -480 & \\ & & -(-48x & -480) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 8x^2 - 68x - 480 = \left(x^2 - 2x - 48\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 2x - 48$
Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-48) = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)-\sqrt{196}}{2\times 1} &= \frac{2-\sqrt{196}}{2}\\ &= \frac{2-14}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)+\sqrt{196}}{2\times 1} &= \frac{2+\sqrt{196}}{2}\\ &= \frac{2+14}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 8$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \left(1 - \sqrt{47}\right)\right)\left(x - \left(1 + \sqrt{47}\right)\right)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\left(x - \left(1 - \sqrt{47}\right)\right)\left(x - \left(1 + \sqrt{47}\right)\right)$

▶**2.** Soit $F = 27x^3 + 15x^2 - 28x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(27x^2 + 15x - 28\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 27x^2 + 15x - 28$
Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 27 \times (-28) = 3\,249$ et $\sqrt{3\,249} = 57$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-15-\sqrt{3\,249}}{2\times 27} &= \frac{-15-\sqrt{3\,249}}{54}\\ &= \frac{-15-57}{54}\\ &= \frac{-72}{54}\\ &= \frac{-4_{\times 18}}{3_{\times 18}}\\ &= \frac{-4}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-15+\sqrt{3\,249}}{2\times 27} &= \frac{-15+\sqrt{3\,249}}{54}\\ &= \frac{-15+57}{54}\\ &= \frac{42}{54}\\ &= \frac{7_{\times 6}}{9_{\times 6}}\\ &= \frac{7}{9}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-4}{3}$ et $x_2 = \frac{7}{9}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 27 \times \left(x - \left(-\frac{4}{3}\right)\right)\left(x - \frac{7}{9}\right) = 27 \times \left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{7}{9}\right)$$

On en conclue donc que $F = 27x\left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{7}{9}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Soit $E = x^3 + 8x^2 - 39x - 270)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +8x^2 & -39x & -270 & x+9 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2-x-30 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -1x^2 & -39x & & \\ & -(-1x^2 & -9x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -30x & -270 & \\ & & -(-30x & -270) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 8x^2 - 39x - 270 = \left(x^2 - x - 30\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x - 30$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-30) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{1-11}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{1+11}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -5$ et $x_2 = 6$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{1-\sqrt{119}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{119}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x+9)\left(x - \frac{1-\sqrt{119}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{119}}{2}\right)$

►**2.** Soit $F = 10x^3 + 37x^2 + 37x + 6)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x+2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+10x^3 & +37x^2 & +37x & +6 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(+10x^3 & +20x^2) & & & 10x^2+17x+3 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +17x^2 & +37x & & \\
& -(+17x^2 & +34x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +3x & +6 & \\
& & -(+3x & +6) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$10x^3 + 37x^2 + 37x + 6 = \left(10x^2 + 17x + 3\right) \times (x+2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 10x^2 + 17x + 3$
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 10 \times 3 = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17-\sqrt{169}}{2\times 10} &= \frac{-17-\sqrt{169}}{20} \\ &= \frac{-17-13}{20} \\ &= \frac{-30}{20} \\ &= \frac{-3_{\times 10}}{2_{\times 10}} \\ &= \frac{-3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-17+\sqrt{169}}{2\times 10} &= \frac{-17+\sqrt{169}}{20} \\ &= \frac{-17+13}{20} \\ &= \frac{-4}{20} \\ &= \frac{-1_{\times 4}}{5_{\times 4}} \\ &= \frac{-1}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-3}{2}$ et $x_2 = \frac{-1}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 10 \times \left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{5}\right)\right) = 10 \times \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = 10\,(x+2)\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Soit $E = x^3 - 2x^2 - 64x + 128)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x+8$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -2x^2 & -64x & +128 & x+8 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2-10x+16 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -10x^2 & -64x & & \\
& -(-10x^2 & -80x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +16x & +128 & \\
& & -(+16x & +128) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 64x + 128 = \left(x^2 - 10x + 16\right) \times (x+8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 10x + 16$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 16 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10) - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{10 - \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{10 - 6}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-10) + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{10 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{10 + 6}{2} \\ &= \frac{16}{2} \\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 8$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 8) \times x^2 - 10x + 16$

►2. Soit $F = -33x^3 + 145x^2 - 198x + 80)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l} -33x^3 & +145x^2 & -198x & +80 & x-2 \\ \cline{5-5} -(-33x^3 & +66x^2) & & & -33x^2+79x-40 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +79x^2 & -198x & & \\ & -(+79x^2 & -158x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -40x & +80 & \\ & & -(-40x & +80) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a
$$-33x^3 + 145x^2 - 198x + 80 = \left(-33x^2 + 79x - 40\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -33x^2 + 79x - 40$
Je calcule $\Delta = 79^2 - 4 \times (-33) \times (-40) = 961$ et $\sqrt{961} = 31$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-79 + \sqrt{961}}{2 \times (-33)} &= \frac{-79 + \sqrt{961}}{-66} \\ &= \frac{-79 + 31}{-66} \\ &= \frac{-48}{-66} \\ &= \frac{8_{\times(-6)}}{11_{\times(-6)}} \\ &= \frac{8}{11}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-79 - \sqrt{961}}{2 \times (-33)} &= \frac{-79 - \sqrt{961}}{-66} \\ &= \frac{-79 - 31}{-66} \\ &= \frac{-110}{-66} \\ &= \frac{5_{\times(-22)}}{3_{\times(-22)}} \\ &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{8}{11}$ et $x_2 = \frac{5}{3}$.
On peut donc écrire
$$F_2(x) = -33 \times \left(x - \frac{8}{11}\right)\left(x - \frac{5}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = -33\,(x - 2)\left(x - \frac{8}{11}\right)\left(x - \frac{5}{3}\right)$