Corrigé de l'exercice 1

►1. Soit $E = x^3 + 12x^2 - 13x - 360)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +12x^2 & -13x & -360 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2+3x-40 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +3x^2 & -13x & & \\
 & -(+3x^2 & +27x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -40x & -360 & \\
 & & -(-40x & -360) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 12x^2 - 13x - 360 = \left(x^2 + 3x - 40\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 3x - 40$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-40) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{169}}{2} \\ &= \frac{-3-13}{2} \\ &= \frac{-16}{2} \\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{169}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{169}}{2} \\ &= \frac{-3+13}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-8))\,(x - 5) = (x + 8)\,(x - 5)$$

On en conclue donc que $E = (x + 9)\,(x + 8)\,(x - 5)$

►2. Soit $F = x^3 + 2x^2 - x - 2)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +2x^2 & -1x & -2 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & -1x^2) & & & x^2+3x+2 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +3x^2 & -1x & & \\
 & -(+3x^2 & -3x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +2x & -2 & \\
 & & -(+2x & -2) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = \left(x^2 + 3x + 2\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = x^2 + 3x + 2$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-3-1}{2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-3+1}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = (x - (-2))\,(x - (-1)) = (x + 2)\,(x + 1)$$

On en conclue donc que $F = (x - 1)\,(x + 2)\,(x + 1)$

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Soit $E = x^3 + 2x^2 - 55x - 56)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +2x^2 & -55x & -56 & x+8 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2-6x-7 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -6x^2 & -55x & & \\
& -(-6x^2 & -48x) & & \\
\cline{2-3}
& +0x^2 & -7x & -56 & \\
& & -(-7x & -56) & \\
\cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + 2x^2 - 55x - 56 = \left(x^2 - 6x - 7\right) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 6x - 7$
Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-6) - \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{6 - \sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{6-8}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-6) + \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{6 + \sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{6+8}{2}\\ &= \frac{14}{2}\\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 7$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 8) \times x^2 - 6x - 7$

▶2. Soit $F = -48x^3 + 16x^2 + 43x - 21)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-48x^3 & +16x^2 & +43x & -21 & x+1 \\
\cline{5-5}
-(-48x^3 & -48x^2) & & & -48x^2+64x-21 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +64x^2 & +43x & & \\
& -(+64x^2 & +64x) & & \\
\cline{2-3}
& +0x^2 & -21x & -21 & \\
& & -(-21x & -21) & \\
\cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-48x^3 + 16x^2 + 43x - 21 = \left(-48x^2 + 64x - 21\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -48x^2 + 64x - 21$
Je calcule $\Delta = 64^2 - 4 \times (-48) \times (-21) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-64+\sqrt{64}}{2\times(-48)} &= \frac{-64+\sqrt{64}}{-96}\\ &= \frac{-64+8}{-96}\\ &= \frac{-56}{-96}\\ &= \frac{7_{\times(-8)}}{12_{\times(-8)}}\\ &= \frac{7}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-64-\sqrt{64}}{2\times(-48)} &= \frac{-64-\sqrt{64}}{-96}\\ &= \frac{-64-8}{-96}\\ &= \frac{-72}{-96}\\ &= \frac{3_{\times(-24)}}{4_{\times(-24)}}\\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{7}{12}$ et $x_2 = \frac{3}{4}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -48 \times \left(x - \frac{7}{12}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right)$$

On en conclue donc que $F = -48\,(x+1)\left(x - \frac{7}{12}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit $E = x^3 - 2x^2 - 84x + 360)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -2x^2 & -84x & +360 & x+10 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2-12x+36 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -12x^2 & -84x & & \\
 & -(-12x^2 & -120x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +36x & +360 & \\
 & & -(+36x & +360) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 84x + 360 = \left(x^2 - 12x + 36\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 12x + 36$
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 36 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-(-12)}{2\times 1} = 6$.

On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.

On en conclue donc que $E = (x + 10) \times x^2 - 12x + 36$

►2. Soit $F = 40x^3 - 74x^2 + 37x - 3)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+40x^3 & -74x^2 & +37x & -3 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(+40x^3 & -40x^2) & & & 40x^2-34x+3 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -34x^2 & +37x & & \\
 & -(-34x^2 & +34x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +3x & -3 & \\
 & & -(+3x & -3) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$40x^3 - 74x^2 + 37x - 3 = \left(40x^2 - 34x + 3\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 40x^2 - 34x + 3$
Je calcule $\Delta = (-34)^2 - 4 \times 40 \times 3 = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-34)-\sqrt{676}}{2\times 40} &= \frac{34-\sqrt{676}}{80}\\ &= \frac{34-26}{80}\\ &= \frac{8}{80}\\ &= \frac{1_{\times 8}}{10_{\times 8}}\\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-34)+\sqrt{676}}{2\times 40} &= \frac{34+\sqrt{676}}{80}\\ &= \frac{34+26}{80}\\ &= \frac{60}{80}\\ &= \frac{3_{\times 20}}{4_{\times 20}}\\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{10}$ et $x_2 = \frac{3}{4}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 40 \times \left(x - \frac{1}{10}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right)$$

On en conclue donc que $F = 40\,(x-1)\left(x - \frac{1}{10}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

▶**1.** Soit $E = x^3 - 13x^2 + 40x)$

a) On remarque que E peut se factoriser par x et $E = x\left(x^2 - 13x + 40\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 13x + 40$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 40 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13)-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{13-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{13-3}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-13)+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{13+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{13+3}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 5$ et $x_2 = 8$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-5)(x-8)$$

On en conclue donc que $E = x\,(x-5)(x-8)$

▶**2.** Soit $F = 12x^3 + 4x^2 - 5x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(12x^2 + 4x - 5\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 12x^2 + 4x - 5$
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 12 \times (-5) = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{256}}{2\times 12} &= \frac{-4-\sqrt{256}}{24}\\ &= \frac{-4-16}{24}\\ &= \frac{-20}{24}\\ &= \frac{-5_{\times 4}}{6_{\times 4}}\\ &= \frac{-5}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{256}}{2\times 12} &= \frac{-4+\sqrt{256}}{24}\\ &= \frac{-4+16}{24}\\ &= \frac{12}{24}\\ &= \frac{1_{\times 12}}{2_{\times 12}}\\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{6}$ et $x_2 = \frac{1}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 12 \times \left(x - \left(-\frac{5}{6}\right)\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 12 \times \left(x + \frac{5}{6}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = 12x\left(x + \frac{5}{6}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

▶1. Soit $E = x^3 - 10x^2 + 17x + 28)$

a) Comme $E(-1) = 0$, on peut diviser E par $x+1$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -10x^2 & +17x & +28 & x+1 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +1x^2) & & & x^2-11x+28 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -11x^2 & +17x & & \\ & -(-11x^2 & -11x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +28x & +28 & \\ & & -(+28x & +28) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - 10x^2 + 17x + 28 = \left(x^2 - 11x + 28\right) \times (x+1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 11x + 28$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 28 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{11-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{11-3}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{11+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{11+3}{2}\\ &= \frac{14}{2}\\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 7$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x+1) \times x^2 - 11x + 28$

▶2. Soit $F = -10x^3 + 11x^2 + 8x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(-10x^2 + 11x + 8\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -10x^2 + 11x + 8$
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times (-10) \times 8 = 441$ et $\sqrt{441} = 21$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{441}}{2\times(-10)} &= \frac{-11+\sqrt{441}}{-20}\\ &= \frac{-11+21}{-20}\\ &= \frac{10}{-20}\\ &= \frac{-1_{\times(-10)}}{2_{\times(-10)}}\\ &= \frac{-1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{441}}{2\times(-10)} &= \frac{-11-\sqrt{441}}{-20}\\ &= \frac{-11-21}{-20}\\ &= \frac{-32}{-20}\\ &= \frac{8_{\times(-4)}}{5_{\times(-4)}}\\ &= \frac{8}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-1}{2}$ et $x_2 = \frac{8}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -10 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \frac{8}{5}\right) = -10 \times \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{8}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -10x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{8}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►**1.** Soit $E = x^3 - x^2 - 12x)$

a) Comme $E(-3) = 0$, on peut diviser E par $x + 3$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & -1x^2 & -12x & +0 & x+3 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +3x^2) & & & x^2-4x \\ \cline{1-2} +0x^3 & -4x^2 & -12x & & \\ & -(-4x^2 & -12x) & & \\ \cline{2-3} & +0 & & & \end{array}$$

On a

$$x^3 - x^2 - 12x = \left(x^2 - 4x\right) \times (x + 3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 4x$
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{4-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{4-4}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{4+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{4+4}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)(x - 4)$$

On en conclue donc que $E = (x + 3)(x - 0)(x - 4)$

►**2.** Soit $F = -30x^3 - 19x^2 + 29x + 20)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-30x^3 & -19x^2 & +29x & +20 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-30x^3 & +30x^2) & & & -30x^2 - 49x - 20 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -49x^2 & +29x & & \\
 & -(-49x^2 & +49x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -20x & +20 & \\
 & & -(-20x & +20) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-30x^3 - 19x^2 + 29x + 20 = \left(-30x^2 - 49x - 20\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -30x^2 - 49x - 20$
Je calcule $\Delta = (-49)^2 - 4 \times (-30) \times (-20) = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-49) + \sqrt{1}}{2 \times (-30)} &= \frac{49 + \sqrt{1}}{-60} \\ &= \frac{49 + 1}{-60} \\ &= \frac{50}{-60} \\ &= \frac{-5_{\times(-10)}}{6_{\times(-10)}} \\ &= \frac{-5}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-49) - \sqrt{1}}{2 \times (-30)} &= \frac{49 - \sqrt{1}}{-60} \\ &= \frac{49 - 1}{-60} \\ &= \frac{48}{-60} \\ &= \frac{-4_{\times(-12)}}{5_{\times(-12)}} \\ &= \frac{-4}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{6}$ et $x_2 = \frac{-4}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -30 \times \left(x - \left(-\frac{5}{6}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{4}{5}\right)\right) = -30 \times \left(x + \frac{5}{6}\right)\left(x + \frac{4}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -30\,(x - 1)\left(x + \frac{5}{6}\right)\left(x + \frac{4}{5}\right)$