Corrigé de l'exercice 1

▶1. Soit $E = x^3 + 10x^2 + 24x)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +10x^2 & +24x & +0 & x+6 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2+4x \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +4x^2 & +24x & & \\
 & -(+4x^2 & +24x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0 & & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + 10x^2 + 24x = \left(x^2 + 4x\right) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 4x$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 0 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4 - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-4 - \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-4 - 4}{2} \\ &= \frac{-8}{2} \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-4 + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-4 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-4 + 4}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 0$.

On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-4))\,(x - 0) = (x + 4)\,(x)$$

On en conclue donc que $E = (x + 6)\,(x + 4)\,(x)$

▶2. Soit $F = -72x^3 - 107x^2 - 38x - 3)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-72x^3 & -107x^2 & -38x & -3 & x+1 \\
\cline{5-5}
-(-72x^3 & -72x^2) & & & -72x^2-35x-3 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -35x^2 & -38x & & \\
 & -(-35x^2 & -35x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -3x & -3 & \\
 & & -(-3x & -3) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-72x^3 - 107x^2 - 38x - 3 = \left(-72x^2 - 35x - 3\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -72x^2 - 35x - 3$

Je calcule $\Delta = (-35)^2 - 4 \times (-72) \times (-3) = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-35) + \sqrt{361}}{2 \times (-72)} &= \frac{35 + \sqrt{361}}{-144} \\ &= \frac{35 + 19}{-144} \\ &= \frac{54}{-144} \\ &= \frac{-3_{\times(-18)}}{8_{\times(-18)}} \\ &= \frac{-3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-35) - \sqrt{361}}{2 \times (-72)} &= \frac{35 - \sqrt{361}}{-144} \\ &= \frac{35 - 19}{-144} \\ &= \frac{16}{-144} \\ &= \frac{-1_{\times(-16)}}{9_{\times(-16)}} \\ &= \frac{-1}{9} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-3}{8}$ et $x_2 = \dfrac{-1}{9}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -72 \times \left(x - \left(-\frac{3}{8}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{9}\right)\right) = -72 \times \left(x + \frac{3}{8}\right)\left(x + \frac{1}{9}\right)$$

On en conclue donc que $F = -72\,(x+1)\left(x + \dfrac{3}{8}\right)\left(x + \dfrac{1}{9}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Soit $E = x^3 - 6x^2 - 15x - 8)$

a) Comme $E(-1) = 0$, on peut diviser E par $x + 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -6x^2 & -15x & -8 & x+1 \\
-(+1x^3 & +1x^2) & & & x^2-7x-8 \\
+0x^3 & -7x^2 & -15x & & \\
 & -(-7x^2 & -7x) & & \\
 & +0x^2 & -8x & -8 & \\
 & & -(-8x & -8) & \\
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 6x^2 - 15x - 8 = \left(x^2 - 7x - 8\right) \times (x+1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 7x - 8$
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7) - \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{7 - \sqrt{81}}{2} \\ &= \frac{7-9}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-7) + \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{7 + \sqrt{81}}{2} \\ &= \frac{7+9}{2} \\ &= \frac{16}{2} \\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 8$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x+1) \times x^2 - 7x - 8$

▶2. Soit $F = -20x^3 - 77x^2 - 89x - 30)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-20x^3 & -77x^2 & -89x & -30 & x+2 \\
-(-20x^3 & -40x^2) & & & -20x^2-37x-15 \\
+0x^3 & -37x^2 & -89x & & \\
 & -(-37x^2 & -74x) & & \\
 & +0x^2 & -15x & -30 & \\
 & & -(-15x & -30) & \\
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-20x^3 - 77x^2 - 89x - 30 = \left(-20x^2 - 37x - 15\right) \times (x+2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -20x^2 - 37x - 15$
Je calcule $\Delta = (-37)^2 - 4 \times (-20) \times (-15) = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-37)+\sqrt{169}}{2\times(-20)} &= \frac{37+\sqrt{169}}{-40}\\ &= \frac{37+13}{-40}\\ &= \frac{50}{-40}\\ &= \frac{-5_{\times(-10)}}{4_{\times(-10)}}\\ &= \frac{-5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-37)-\sqrt{169}}{2\times(-20)} &= \frac{37-\sqrt{169}}{-40}\\ &= \frac{37-13}{-40}\\ &= \frac{24}{-40}\\ &= \frac{-3_{\times(-8)}}{5_{\times(-8)}}\\ &= \frac{-3}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{4}$ et $x_2 = \frac{-3}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -20 \times \left(x - \left(-\frac{5}{4}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{3}{5}\right)\right) = -20 \times \left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x + \frac{3}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -20\,(x+2)\left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x + \frac{3}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►1. Soit $E = x^3 - 9x^2 - 48x + 448)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -9x^2 & -48x & +448 & x+7 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-16x+64 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -16x^2 & -48x & & \\
& -(-16x^2 & -112x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +64x & +448 & \\
& & -(+64x & +448) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 9x^2 - 48x + 448 = \left(x^2 - 16x + 64\right) \times (x + 7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 16x + 64$
Je calcule $\Delta = (-16)^2 - 4 \times 1 \times 64 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-(-16)}{2 \times 1} = 8$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 7) \times x^2 - 16x + 64$

►2. Soit $F = 50x^3 + 85x^2 - 29x + 2)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+50x^3 & +85x^2 & -29x & +2 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(+50x^3 & +100x^2) & & & 50x^2-15x+1 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -15x^2 & -29x & & \\
& -(-15x^2 & -30x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +1x & +2 & \\
& & -(+1x & +2) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$50x^3 + 85x^2 - 29x + 2 = \left(50x^2 - 15x + 1\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 50x^2 - 15x + 1$
Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 50 \times 1 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-15)-\sqrt{25}}{2\times 50} &= \frac{15-\sqrt{25}}{100}\\ &= \frac{15-5}{100}\\ &= \frac{10}{100}\\ &= \frac{1_{\times 10}}{10_{\times 10}}\\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-(-15)+\sqrt{25}}{2\times 50} &= \frac{15+\sqrt{25}}{100}\\ &= \frac{15+5}{100}\\ &= \frac{20}{100}\\ &= \frac{1_{\times 20}}{5_{\times 20}}\\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{1}{10}$ et $x_2 = \frac{1}{5}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 50 \times \left(x - \frac{1}{10}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = 50\,(x+2)\left(x - \frac{1}{10}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Soit $E = x^3 - 13x^2 - 10x + 400)$

a) Comme $E(-5) = 0$, on peut diviser E par $x + 5$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -13x^2 & -10x & +400 & x+5 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +5x^2) & & & x^2-18x+80 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -18x^2 & -10x & & \\
 & -(-18x^2 & -90x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +80x & +400 & \\
 & & -(+80x & +400) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 13x^2 - 10x + 400 = \left(x^2 - 18x + 80\right) \times (x+5)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 18x + 80$
Je calcule $\Delta = (-18)^2 - 4 \times 1 \times 80 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-18)-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{18-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{18-2}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}\frac{-(-18)+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{18+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{18+2}{2}\\ &= \frac{20}{2}\\ &= 10\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 8$ et $x_2 = 10$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x+5) \times x^2 - 18x + 80$

►**2.** Soit $F = -18x^3 + 39x^2 - 5x - 2)$

a) Comme $F(2)=0$, on peut diviser F par $x-2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-18x^3 & +39x^2 & -5x & -2 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(-18x^3 & +36x^2) & & & -18x^2+3x+1 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +3x^2 & -5x & & \\
 & -(+3x^2 & -6x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +1x & -2 & \\
 & & -(+1x & -2) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-18x^3+39x^2-5x-2=\left(-18x^2+3x+1\right)\times(x-2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2=-18x^2+3x+1$
Je calcule $\Delta=3^2-4\times\ (-18)\times 1=81$ et $\sqrt{81}=9$.
Comme $\Delta>0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-3+\sqrt{81}}{2\times\ (-18)} &= \frac{-3+\sqrt{81}}{-36} \\
&= \frac{-3+9}{-36} \\
&= \frac{6}{-36} \\
&= \frac{-1_{\times(-6)}}{6_{\times(-6)}} \\
&= \frac{-1}{6}
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-3-\sqrt{81}}{2\times\ (-18)} &= \frac{-3-\sqrt{81}}{-36} \\
&= \frac{-3-9}{-36} \\
&= \frac{-12}{-36} \\
&= \frac{1_{\times(-12)}}{3_{\times(-12)}} \\
&= \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Les racines de F_2 sont $x_1=\dfrac{-1}{6}$ et $x_2=\dfrac{1}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x)=-18\times\left(x-\left(-\frac{1}{6}\right)\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=-18\times\left(x+\frac{1}{6}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F=-18\,(x-2)\left(x+\dfrac{1}{6}\right)\left(x-\dfrac{1}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Soit $E=x^3+15x^2+54x+40)$

a) Comme $E(-10)=0$, on peut diviser E par $x+10$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +15x^2 & +54x & +40 & x+10 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2+5x+4 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +5x^2 & +54x & & \\
 & -(+5x^2 & +50x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +4x & +40 & \\
 & & -(+4x & +40) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3+15x^2+54x+40=\left(x^2+5x+4\right)\times(x+10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2=x^2+5x+4$
Je calcule $\Delta=5^2-4\times 1\times 4=9$ et $\sqrt{9}=3$.

Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-5-3}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-5+3}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -4$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-(-4))\,(x-(-1)) = (x+4)\,(x+1)$$

On en conclue donc que $E = (x+10)\,(x+4)\,(x+1)$

►2. Soit $F = 16x^3 + 24x^2 + 5x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(16x^2 + 24x + 5\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 16x^2 + 24x + 5$
Je calcule $\Delta = 24^2 - 4\times 16\times 5 = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-24-\sqrt{256}}{2\times 16} &= \frac{-24-\sqrt{256}}{32}\\ &= \frac{-24-16}{32}\\ &= \frac{-40}{32}\\ &= \frac{-5_{\times 8}}{4_{\times 8}}\\ &= \frac{-5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-24+\sqrt{256}}{2\times 16} &= \frac{-24+\sqrt{256}}{32}\\ &= \frac{-24+16}{32}\\ &= \frac{-8}{32}\\ &= \frac{-1_{\times 8}}{4_{\times 8}}\\ &= \frac{-1}{4}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-5}{4}$ et $x_2 = \frac{-1}{4}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 16\times\left(x-\left(-\frac{5}{4}\right)\right)\left(x-\left(-\frac{1}{4}\right)\right) = 16\times\left(x+\frac{5}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)$$

On en conclue donc que $F = 16x\left(x+\frac{5}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit $E = x^3 + 6x^2 - 9x - 14)$

a) Comme $E(-7) = 0$, on peut diviser E par $x + 7$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +6x^2 & -9x & -14 & x+7 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +7x^2) & & & x^2-x-2 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -1x^2 & -9x & & \\
 & -(-1x^2 & -7x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -2x & -14 & \\
 & & -(-2x & -14) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 6x^2 - 9x - 14 = \left(x^2 - x - 2\right)\times(x+7)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x - 2$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{1-3}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-1)+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{1+3}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x+7)\left(x - \frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)$

►2. Soit $F = 11x^3 - 49x^2 - 30x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(11x^2 - 49x - 30\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 11x^2 - 49x - 30$
Je calcule $\Delta = (-49)^2 - 4 \times 11 \times (-30) = 3\,721$ et $\sqrt{3\,721} = 61$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-49)-\sqrt{3\,721}}{2\times 11} &= \frac{49-\sqrt{3\,721}}{22} \\ &= \frac{49-61}{22} \\ &= \frac{-12}{22} \\ &= \frac{-6_{\times 2}}{11_{\times 2}} \\ &= \frac{-6}{11} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-49)+\sqrt{3\,721}}{2\times 11} &= \frac{49+\sqrt{3\,721}}{22} \\ &= \frac{49+61}{22} \\ &= \frac{110}{22} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-6}{11}$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 11 \times \left(x - \left(-\frac{6}{11}\right)\right)(x-5) = 11 \times \left(x + \frac{6}{11}\right)(x-5)$$

On en conclue donc que $F = 11x\left(x + \frac{6}{11}\right)(x-5)$