Corrigé de l'exercice 1

▶1. Soit $E = x^3 - 5x^2 - 22x - 16)$

a) Comme $E(-2) = 0$, on peut diviser E par $x + 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -5x^2 & -22x & -16 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +2x^2) & & & x^2-7x-8 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -7x^2 & -22x & & \\
 & -(-7x^2 & -14x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -8x & -16 & \\
 & & -(-8x & -16) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 5x^2 - 22x - 16 = \left(x^2 - 7x - 8\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 7x - 8$
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-7) - \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{7 - \sqrt{81}}{2} \\
&= \frac{7 - 9}{2} \\
&= \frac{-2}{2} \\
&= -1
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-(-7) + \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{7 + \sqrt{81}}{2} \\
&= \frac{7 + 9}{2} \\
&= \frac{16}{2} \\
&= 8
\end{aligned}
$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 8$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 2) \times x^2 - 7x - 8$

▶2. Soit $F = -121x^3 - 154x^2 + 21x + 54)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-121x^3 & -154x^2 & +21x & +54 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(-121x^3 & -121x^2) & & & -121x^2-33x+54 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -33x^2 & +21x & & \\
 & -(-33x^2 & -33x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +54x & +54 & \\
 & & -(+54x & +54) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-121x^3 - 154x^2 + 21x + 54 = \left(-121x^2 - 33x + 54\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -121x^2 - 33x + 54$
Je calcule $\Delta = (-33)^2 - 4 \times (-121) \times 54 = 27\,225$ et $\sqrt{27\,225} = 165$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-33) + \sqrt{27\,225}}{2 \times (-121)} &= \frac{33 + \sqrt{27\,225}}{-242} \\
&= \frac{33 + 165}{-242} \\
&= \frac{198}{-242} \\
&= \frac{-9_{\times(-22)}}{11_{\times(-22)}} \\
&= \frac{-9}{11}
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-(-33) - \sqrt{27\,225}}{2 \times (-121)} &= \frac{33 - \sqrt{27\,225}}{-242} \\
&= \frac{33 - 165}{-242} \\
&= \frac{-132}{-242} \\
&= \frac{6_{\times(-22)}}{11_{\times(-22)}} \\
&= \frac{6}{11}
\end{aligned}
$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-9}{11}$ et $x_2 = \dfrac{6}{11}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -121 \times \left(x - \left(-\frac{9}{11}\right)\right)\left(x - \frac{6}{11}\right) = -121 \times \left(x + \frac{9}{11}\right)\left(x - \frac{6}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = -121\,(x+1)\left(x + \dfrac{9}{11}\right)\left(x - \dfrac{6}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Soit $E = x^3 - 14x^2 + 39x + 54)$

a) Comme $E(-1) = 0$, on peut diviser E par $x+1$

$$
\begin{array}{cccc|c}
+1x^3 & -14x^2 & +39x & +54 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +1x^2) & & & x^2-15x+54 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -15x^2 & +39x & & \\
 & -(-15x^2 & -15x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +54x & +54 & \\
 & & -(+54x & +54) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 14x^2 + 39x + 54 = \left(x^2 - 15x + 54\right) \times (x+1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 15x + 54$
Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 54 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-15) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{15 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{15-3}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-15) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{15 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{15+3}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 6$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x+1) \times x^2 - 15x + 54$

▶2. Soit $F = 6x^3 - 17x^2 + 5x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(6x^2 - 17x + 5\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 6x^2 - 17x + 5$
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times 6 \times 5 = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-17) - \sqrt{169}}{2 \times 6} &= \frac{17 - \sqrt{169}}{12} \\ &= \frac{17-13}{12} \\ &= \frac{4}{12} \\ &= \frac{1_{\times 4}}{3_{\times 4}} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-17) + \sqrt{169}}{2 \times 6} &= \frac{17 + \sqrt{169}}{12} \\ &= \frac{17+13}{12} \\ &= \frac{30}{12} \\ &= \frac{5_{\times 6}}{2_{\times 6}} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{1}{3}$ et $x_2 = \dfrac{5}{2}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 6 \times \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

On en conclue donc que $F = 6x\left(x - \dfrac{1}{3}\right)\left(x - \dfrac{5}{2}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Soit $E = x^3 - 16x^2 + 75x - 108)$

a) Comme $E(3) = 0$, on peut diviser E par $x - 3$

$$\begin{array}{cccc|c}
+1x^3 & -16x^2 & +75x & -108 & x-3 \\
\hline
-(+1x^3 & -3x^2) & & & x^2-13x+36 \\
\hline
+0x^3 & -13x^2 & +75x & & \\
 & -(-13x^2 & +39x) & & \\
\hline
 & +0x^2 & +36x & -108 & \\
 & & -(+36x & -108) & \\
\hline
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 16x^2 + 75x - 108 = \left(x^2 - 13x + 36\right) \times (x - 3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 13x + 36$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 36 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-13) - \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{13 - \sqrt{25}}{2} = \frac{13 - 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\frac{-(-13) + \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{13 + \sqrt{25}}{2} = \frac{13 + 5}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x - 3) \times x^2 - 13x + 36$

▶2. Soit $F = 12x^3 + 29x^2 + 23x + 6)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{cccc|c}
+12x^3 & +29x^2 & +23x & +6 & x+1 \\
\hline
-(+12x^3 & +12x^2) & & & 12x^2+17x+6 \\
\hline
+0x^3 & +17x^2 & +23x & & \\
 & -(+17x^2 & +17x) & & \\
\hline
 & +0x^2 & +6x & +6 & \\
 & & -(+6x & +6) & \\
\hline
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$12x^3 + 29x^2 + 23x + 6 = \left(12x^2 + 17x + 6\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 12x^2 + 17x + 6$
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times 12 \times 6 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-17-\sqrt{1}}{2\times 12} &= \frac{-17-\sqrt{1}}{24}\\ &= \frac{-17-1}{24}\\ &= \frac{-18}{24}\\ &= \frac{-3_{\times 6}}{4_{\times 6}}\\ &= \frac{-3}{4}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-17+\sqrt{1}}{2\times 12} &= \frac{-17+\sqrt{1}}{24}\\ &= \frac{-17+1}{24}\\ &= \frac{-16}{24}\\ &= \frac{-2_{\times 8}}{3_{\times 8}}\\ &= \frac{-2}{3}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-3}{4}$ et $x_2 = \frac{-2}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 12 \times \left(x - \left(-\frac{3}{4}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = 12 \times \left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = 12\,(x+1)\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

▶1. Soit $E = x^3 - 11x^2 + 18x)$

a) On remarque que E peut se factoriser par x et $E = x\left(x^2 - 11x + 18\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 11x + 18$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 18 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{11-\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{11-7}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{11+\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{11+7}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 9$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-2)\,(x-9)$$

On en conclue donc que $E = x\,(x-2)\,(x-9)$

▶2. Soit $F = -6x^3 - 17x^2 - 11x - 2)$

a) Comme $F(-2) = 0$, on peut diviser F par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-6x^3 & -17x^2 & -11x & -2 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(-6x^3 & -12x^2) & & & -6x^2 - 5x - 1 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -5x^2 & -11x & & \\
 & -(-5x^2 & -10x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -1x & -2 & \\
 & & -(-1x & -2) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-6x^3 - 17x^2 - 11x - 2 = \left(-6x^2 - 5x - 1\right) \times (x+2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -6x^2 - 5x - 1$
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4 \times (-6) \times (-1) = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times(-6)} &= \frac{5+\sqrt{1}}{-12} \\ &= \frac{5+1}{-12} \\ &= \frac{6}{-12} \\ &= \frac{-1_{\times(-6)}}{2_{\times(-6)}} \\ &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times(-6)} &= \frac{5-\sqrt{1}}{-12} \\ &= \frac{5-1}{-12} \\ &= \frac{4}{-12} \\ &= \frac{-1_{\times(-4)}}{3_{\times(-4)}} \\ &= \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-1}{2}$ et $x_2 = \frac{-1}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -6 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) = -6 \times \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = -6\,(x+2)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

▶**1.** Soit $E = x^3 + 24x^2 + 189x + 486)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +24x^2 & +189x & +486 & x+9 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2+15x+54 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +15x^2 & +189x & & \\ & -(+15x^2 & +135x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +54x & +486 & \\ & & -(+54x & +486) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 24x^2 + 189x + 486 = \left(x^2 + 15x + 54\right) \times (x+9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 15x + 54$
Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 1 \times 54 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-15-\sqrt{9}}{2\times1} &= \frac{-15-\sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-15-3}{2} \\ &= \frac{-18}{2} \\ &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-15+\sqrt{9}}{2\times1} &= \frac{-15+\sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-15+3}{2} \\ &= \frac{-12}{2} \\ &= -6 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -6$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-9))\,(x - (-6)) = (x+9)\,(x+6)$$

On en conclue donc que $E = (x+9)\,(x+9)\,(x+6)$

▶2. Soit $F = -24x^3 - 23x^2 + 172x - 60)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-24x^3 & -23x^2 & +172x & -60 & \quad x-2 \\
\cline{5-5}
-(-24x^3 & +48x^2) & & & -24x^2 - 71x + 30 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -71x^2 & +172x & & \\
 & -(-71x^2 & +142x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +30x & -60 & \\
 & & -(+30x & -60) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-24x^3 - 23x^2 + 172x - 60 = \left(-24x^2 - 71x + 30\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -24x^2 - 71x + 30$
Je calcule $\Delta = (-71)^2 - 4 \times (-24) \times 30 = 7\,921$ et $\sqrt{7\,921} = 89$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-71) + \sqrt{7\,921}}{2 \times (-24)} &= \frac{71 + \sqrt{7\,921}}{-48} \\ &= \frac{71 + 89}{-48} \\ &= \frac{160}{-48} \\ &= \frac{-10_{\times(-16)}}{3_{\times(-16)}} \\ &= \frac{-10}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-71) - \sqrt{7\,921}}{2 \times (-24)} &= \frac{71 - \sqrt{7\,921}}{-48} \\ &= \frac{71 - 89}{-48} \\ &= \frac{-18}{-48} \\ &= \frac{3_{\times(-6)}}{8_{\times(-6)}} \\ &= \frac{3}{8}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-10}{3}$ et $x_2 = \dfrac{3}{8}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -24 \times \left(x - \left(-\frac{10}{3}\right)\right)\left(x - \frac{3}{8}\right) = -24 \times \left(x + \frac{10}{3}\right)\left(x - \frac{3}{8}\right)$$

On en conclue donc que $F = -24\,(x - 2)\left(x + \dfrac{10}{3}\right)\left(x - \dfrac{3}{8}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

▶1. Soit $E = x^3 + x^2 - 52x - 160)$

a) Comme $E(-5) = 0$, on peut diviser E par $x + 5$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +1x^2 & -52x & -160 & \quad x+5 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +5x^2) & & & x^2 - 4x - 32 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -4x^2 & -52x & & \\
 & -(-4x^2 & -20x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -32x & -160 & \\
 & & -(-32x & -160) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + x^2 - 52x - 160 = \left(x^2 - 4x - 32\right) \times (x + 5)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 4x - 32$
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-32) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4) - \sqrt{144}}{2 \times 1} &= \frac{4 - \sqrt{144}}{2}\\ &= \frac{4-12}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-4) + \sqrt{144}}{2 \times 1} &= \frac{4 + \sqrt{144}}{2}\\ &= \frac{4+12}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 8$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \left(2 - 2\sqrt{7}\right)\right)\left(x - \left(2 + 2\sqrt{7}\right)\right)$$

On en conclue donc que $E = (x+5)\left(x - \left(2 - 2\sqrt{7}\right)\right)\left(x - \left(2 + 2\sqrt{7}\right)\right)$

►**2.** Soit $F = x^3 + 4x^2 + 5x + 2)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +4x^2 & +5x & +2 & x+1 \\ \hline -(+1x^3 & +1x^2) & & & x^2+3x+2 \\ \hline +0x^3 & +3x^2 & +5x & & \\ & -(+3x^2 & +3x) & & \\ \hline & +0x^2 & +2x & +2 & \\ & & -(+2x & +2) & \\ \hline & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 4x^2 + 5x + 2 = \left(x^2 + 3x + 2\right) \times (x+1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = x^2 + 3x + 2$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{-3 - \sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-3-1}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{-3 + \sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-3+1}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = (x - (-2))(x - (-1)) = (x+2)(x+1)$$

On en conclue donc que $F = (x+1)(x+2)(x+1)$