Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 + 12t + 36 = 0$

Je calcule $\Delta = 12^2 - 4 \times 1 \times 36 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $P(t)$ a une seule racine $t_0 = \dfrac{-12}{2 \times 1} = -6$.

►2. $-2z^2 - z + 1 = 0$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-2) \times 1 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2 \times (-2)} &= \frac{1 + \sqrt{9}}{-4} \\ &= \frac{1+3}{-4} \\ &= \frac{4}{-4} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2 \times (-2)} &= \frac{1 - \sqrt{9}}{-4} \\ &= \frac{1-3}{-4} \\ &= \frac{-2}{-4} \\ &= \frac{1_{\times(-2)}}{2_{\times(-2)}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -1$ et $z_2 = \dfrac{1}{2}$.

►3. $-z^2 + z + 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times (-1)} &= \frac{-1 + \sqrt{9}}{-2} \\ &= \frac{-1+3}{-2} \\ &= \frac{2}{-2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times (-1)} &= \frac{-1 - \sqrt{9}}{-2} \\ &= \frac{-1-3}{-2} \\ &= \frac{-4}{-2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -1$ et $z_2 = 2$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 - x - 56 = 0$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-56) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{225}}{2} \\ &= \frac{1-15}{2} \\ &= \frac{-14}{2} \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{225}}{2} \\ &= \frac{1+15}{2} \\ &= \frac{16}{2} \\ &= 8 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 8$.

►2. $12t^2 + 13t - 14 = 0$
Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 12 \times (-14) = 841$ et $\sqrt{841} = 29$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-13-\sqrt{841}}{2\times 12} &= \frac{-13-\sqrt{841}}{24} \\ &= \frac{-13-29}{24} \\ &= \frac{-42}{24} \\ &= \frac{-7_{\times 6}}{4_{\times 6}} \\ &= \frac{-7}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-13+\sqrt{841}}{2\times 12} &= \frac{-13+\sqrt{841}}{24} \\ &= \frac{-13+29}{24} \\ &= \frac{16}{24} \\ &= \frac{2_{\times 8}}{3_{\times 8}} \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-7}{4}$ et $t_2 = \frac{2}{3}$.

►3. $-x^2 + 2x - 8 = 0$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = -28$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 + 4y - 32 = 0$
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-32) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{144}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{144}}{2} \\ &= \frac{-4-12}{2} \\ &= \frac{-16}{2} \\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{144}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{144}}{2} \\ &= \frac{-4+12}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -8$ et $y_2 = 4$.

►2. $-9y^2 + 8y + 1 = 0$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times (-9) \times 1 = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{100}}{2\times (-9)} &= \frac{-8+\sqrt{100}}{-18} \\ &= \frac{-8+10}{-18} \\ &= \frac{2}{-18} \\ &= \frac{-1_{\times(-2)}}{9_{\times(-2)}} \\ &= \frac{-1}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{100}}{2\times (-9)} &= \frac{-8-\sqrt{100}}{-18} \\ &= \frac{-8-10}{-18} \\ &= \frac{-18}{-18} \\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-1}{9}$ et $y_2 = 1$.

▶**3.** $z^2 + 9z + 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times 7 = 53$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\frac{-9-\sqrt{53}}{2\times 1} = \frac{-9-\sqrt{53}}{2} \qquad \frac{-9+\sqrt{53}}{2\times 1} = \frac{-9+\sqrt{53}}{2}$$

Les racines de P sont $z_1 = \dfrac{-9-\sqrt{53}}{2}$ et $z_2 = \dfrac{-9+\sqrt{53}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

▶**1.** $x^2 + 14x + 49 = 0$

Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 1 \times 49 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \dfrac{-14}{2\times 1} = -7$.

▶**2.** $-9y^2 + 5y + 4 = 0$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-9) \times 4 = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{169}}{2\times(-9)} &= \frac{-5+\sqrt{169}}{-18}\\ &= \frac{-5+13}{-18}\\ &= \frac{8}{-18}\\ &= \frac{-4_{\times(-2)}}{9_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-4}{9}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{169}}{2\times(-9)} &= \frac{-5-\sqrt{169}}{-18}\\ &= \frac{-5-13}{-18}\\ &= \frac{-18}{-18}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \dfrac{-4}{9}$ et $y_2 = 1$.

▶**3.** $-x^2 + 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 20$ et $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0+\sqrt{20}}{2\times(-1)} &= \frac{+\sqrt{20}}{-2}\\ &= \frac{+2\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{0_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}}\\ &= -\sqrt{5}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-0-\sqrt{20}}{2\times(-1)} &= \frac{-\sqrt{20}}{-2}\\ &= \frac{-2\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{0_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}}\\ &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -\sqrt{5}$ et $x_2 = \sqrt{5}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $y^2+5y+4=0$
Je calcule $\Delta=5^2-4\times1\times4=9$ et $\sqrt{9}=3$.
Comme $\Delta>0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{9}}{2\times1}&=\frac{-5-\sqrt{9}}{2}\\&=\frac{-5-3}{2}\\&=\frac{-8}{2}\\&=-4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{9}}{2\times1}&=\frac{-5+\sqrt{9}}{2}\\&=\frac{-5+3}{2}\\&=\frac{-2}{2}\\&=-1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1=-4$ et $y_2=-1$.

►**2.** $14t^2-17t-6=0$
Je calcule $\Delta=(-17)^2-4\times14\times(-6)=625$ et $\sqrt{625}=25$.
Comme $\Delta>0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)-\sqrt{625}}{2\times14}&=\frac{17-\sqrt{625}}{28}\\&=\frac{17-25}{28}\\&=\frac{-8}{28}\\&=\frac{-2_{\times4}}{7_{\times4}}\\&=\frac{-2}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)+\sqrt{625}}{2\times14}&=\frac{17+\sqrt{625}}{28}\\&=\frac{17+25}{28}\\&=\frac{42}{28}\\&=\frac{3_{\times14}}{2_{\times14}}\\&=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1=\dfrac{-2}{7}$ et $t_2=\dfrac{3}{2}$.

►**3.** $-t^2+3t-6=0$
Je calcule $\Delta=3^2-4\times(-1)\times(-6)=-15$.
Comme $\Delta<0$, $P(t)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $y^2-8y=0$
Je calcule $\Delta=(-8)^2-4\times1\times0=64$ et $\sqrt{64}=8$.
Comme $\Delta>0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-8)-\sqrt{64}}{2\times1}&=\frac{8-\sqrt{64}}{2}\\&=\frac{8-8}{2}\\&=\frac{0}{2}\\&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-8)+\sqrt{64}}{2\times1}&=\frac{8+\sqrt{64}}{2}\\&=\frac{8+8}{2}\\&=\frac{16}{2}\\&=8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1=0$ et $y_2=8$.

►**2.** $-11x^2-28x-12=0$
Je calcule $\Delta=(-28)^2-4\times(-11)\times(-12)=256$ et $\sqrt{256}=16$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-28)+\sqrt{256}}{2\times(-11)} &= \frac{28+\sqrt{256}}{-22}\\ &= \frac{28+16}{-22}\\ &= \frac{44}{-22}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-28)-\sqrt{256}}{2\times(-11)} &= \frac{28-\sqrt{256}}{-22}\\ &= \frac{28-16}{-22}\\ &= \frac{12}{-22}\\ &= \frac{-6_{\times(-2)}}{11_{\times(-2)}}\\ &= \frac{-6}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \dfrac{-6}{11}$.

►3. $-t^2 + 3t + 4 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{25}}{2\times(-1)} &= \frac{-3+\sqrt{25}}{-2}\\ &= \frac{-3+5}{-2}\\ &= \frac{2}{-2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{25}}{2\times(-1)} &= \frac{-3-\sqrt{25}}{-2}\\ &= \frac{-3-5}{-2}\\ &= \frac{-8}{-2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -1$ et $t_2 = 4$.