Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $z^2 - 11z + 24 = 0$

Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{11-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{11-5}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{11+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{11+5}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 3$ et $z_2 = 8$.

►**2.** $-5y^2 + 14y - 9 = 0$

Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times (-5) \times (-9) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14+\sqrt{16}}{2\times(-5)} &= \frac{-14+\sqrt{16}}{-10}\\ &= \frac{-14+4}{-10}\\ &= \frac{-10}{-10}\\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-14-\sqrt{16}}{2\times(-5)} &= \frac{-14-\sqrt{16}}{-10}\\ &= \frac{-14-4}{-10}\\ &= \frac{-18}{-10}\\ &= \frac{9_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}}\\ &= \frac{9}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = 1$ et $y_2 = \frac{9}{5}$.

►**3.** $-x^2 + x + 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 21$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{21}}{2\times(-1)} &= \frac{-1+\sqrt{21}}{-2}\\ &= \frac{1_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{21}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{1-\sqrt{21}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{21}}{2\times(-1)} &= \frac{-1-\sqrt{21}}{-2}\\ &= \frac{1_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{21}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{1+\sqrt{21}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1-\sqrt{21}}{2}$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{21}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $t^2 + 13t + 36 = 0$

Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 \times 36 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\frac{-13-\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-13-\sqrt{25}}{2} = \frac{-13-5}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

$$\frac{-13+\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-13+\sqrt{25}}{2} = \frac{-13+5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Les racines de P sont $t_1 = -9$ et $t_2 = -4$.

►**2.** $-21z^2 + 8z + 4 = 0$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times (-21) \times 4 = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\frac{-8+\sqrt{400}}{2\times(-21)} = \frac{-8+\sqrt{400}}{-42} = \frac{-8+20}{-42} = \frac{12}{-42} = \frac{-2_{\times(-6)}}{7_{\times(-6)}} = \frac{-2}{7}$$

$$\frac{-8-\sqrt{400}}{2\times(-21)} = \frac{-8-\sqrt{400}}{-42} = \frac{-8-20}{-42} = \frac{-28}{-42} = \frac{2_{\times(-14)}}{3_{\times(-14)}} = \frac{2}{3}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{-2}{7}$ et $z_2 = \frac{2}{3}$.

►**3.** $t^2 + 7t + 5 = 0$
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times 5 = 29$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\frac{-7-\sqrt{29}}{2\times 1} = \frac{-7-\sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{-7+\sqrt{29}}{2\times 1} = \frac{-7+\sqrt{29}}{2}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-7-\sqrt{29}}{2}$ et $t_2 = \frac{-7+\sqrt{29}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $x^2 + 3x - 70 = 0$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-70) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-3-\sqrt{289}}{2\times 1} = \frac{-3-\sqrt{289}}{2} = \frac{-3-17}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$

$$\frac{-3+\sqrt{289}}{2\times 1} = \frac{-3+\sqrt{289}}{2} = \frac{-3+17}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = 7$.

►**2.** $48z^2+14z-49=0$
Je calcule $\Delta=14^2-4\times48\times(-49)=9\,604$ et $\sqrt{9\,604}=98$.
Comme $\Delta>0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14-\sqrt{9\,604}}{2\times48}&=\frac{-14-\sqrt{9\,604}}{96}\\&=\frac{-14-98}{96}\\&=\frac{-112}{96}\\&=\frac{-7_{\times16}}{6_{\times16}}\\&=\frac{-7}{6}\end{aligned}\qquad\begin{aligned}\frac{-14+\sqrt{9\,604}}{2\times48}&=\frac{-14+\sqrt{9\,604}}{96}\\&=\frac{-14+98}{96}\\&=\frac{84}{96}\\&=\frac{7_{\times12}}{8_{\times12}}\\&=\frac{7}{8}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1=\frac{-7}{6}$ et $z_2=\frac{7}{8}$.

►**3.** $-z^2+2z-2=0$
Je calcule $\Delta=2^2-4\times(-1)\times(-2)=-4$.
Comme $\Delta<0$, $P(z)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $y^2-5y-36=0$
Je calcule $\Delta=(-5)^2-4\times1\times(-36)=169$ et $\sqrt{169}=13$.
Comme $\Delta>0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)-\sqrt{169}}{2\times1}&=\frac{5-\sqrt{169}}{2}\\&=\frac{5-13}{2}\\&=\frac{-8}{2}\\&=-4\end{aligned}\qquad\begin{aligned}\frac{-(-5)+\sqrt{169}}{2\times1}&=\frac{5+\sqrt{169}}{2}\\&=\frac{5+13}{2}\\&=\frac{18}{2}\\&=9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1=-4$ et $y_2=9$.

►**2.** $90z^2-29z+2=0$
Je calcule $\Delta=(-29)^2-4\times90\times2=121$ et $\sqrt{121}=11$.
Comme $\Delta>0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-29)-\sqrt{121}}{2\times90}&=\frac{29-\sqrt{121}}{180}\\&=\frac{29-11}{180}\\&=\frac{18}{180}\\&=\frac{1_{\times18}}{10_{\times18}}\\&=\frac{1}{10}\end{aligned}\qquad\begin{aligned}\frac{-(-29)+\sqrt{121}}{2\times90}&=\frac{29+\sqrt{121}}{180}\\&=\frac{29+11}{180}\\&=\frac{40}{180}\\&=\frac{2_{\times20}}{9_{\times20}}\\&=\frac{2}{9}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1=\frac{1}{10}$ et $z_2=\frac{2}{9}$.

►**3.** $z^2 + 8z + 8 = 0$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 8 = 32$ et $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-8-\sqrt{32}}{2\times 1} &= \frac{-8-\sqrt{32}}{2}\\ &= \frac{-8-4\sqrt{2}}{2}\\ &= \frac{-4_{\times 2} - 2_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}}\\ &= -4-2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-8+\sqrt{32}}{2\times 1} &= \frac{-8+\sqrt{32}}{2}\\ &= \frac{-8+4\sqrt{2}}{2}\\ &= \frac{-4_{\times 2} + 2_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}}\\ &= -4+2\sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -4 - 2\sqrt{2}$ et $z_2 = -4 + 2\sqrt{2}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $y^2 + y = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 0 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-1-1}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-1+1}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -1$ et $y_2 = 0$.

►**2.** $18t^2 + 15t + 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 15^2 - 4 \times 18 \times 2 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-15-\sqrt{81}}{2\times 18} &= \frac{-15-\sqrt{81}}{36}\\ &= \frac{-15-9}{36}\\ &= \frac{-24}{36}\\ &= \frac{-2_{\times 12}}{3_{\times 12}}\\ &= \frac{-2}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-15+\sqrt{81}}{2\times 18} &= \frac{-15+\sqrt{81}}{36}\\ &= \frac{-15+9}{36}\\ &= \frac{-6}{36}\\ &= \frac{-1_{\times 6}}{6_{\times 6}}\\ &= \frac{-1}{6}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-2}{3}$ et $t_2 = \frac{-1}{6}$.

►**3.** $-t^2 + 9t - 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-1) \times (-2) = 73$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{73}}{2\times (-1)} &= \frac{-9+\sqrt{73}}{-2}\\ &= \frac{9_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{73}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{9-\sqrt{73}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{73}}{2\times (-1)} &= \frac{-9-\sqrt{73}}{-2}\\ &= \frac{9_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{73}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{9+\sqrt{73}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \dfrac{9-\sqrt{73}}{2}$ et $t_2 = \dfrac{9+\sqrt{73}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + x - 20 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-20) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-1-9}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-1+9}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -5$ et $x_2 = 4$.

►2. $6y^2 + 23y + 20 = 0$

Je calcule $\Delta = 23^2 - 4 \times 6 \times 20 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-23-\sqrt{49}}{2\times 6} &= \frac{-23-\sqrt{49}}{12}\\ &= \frac{-23-7}{12}\\ &= \frac{-30}{12}\\ &= \frac{-5_{\times 6}}{2_{\times 6}}\\ &= \frac{-5}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-23+\sqrt{49}}{2\times 6} &= \frac{-23+\sqrt{49}}{12}\\ &= \frac{-23+7}{12}\\ &= \frac{-16}{12}\\ &= \frac{-4_{\times 4}}{3_{\times 4}}\\ &= \frac{-4}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \dfrac{-5}{2}$ et $y_2 = \dfrac{-4}{3}$.

►3. $t^2 + 9t - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 101$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\frac{-9-\sqrt{101}}{2\times 1} = \frac{-9-\sqrt{101}}{2}$$

$$\frac{-9+\sqrt{101}}{2\times 1} = \frac{-9+\sqrt{101}}{2}$$

Les racines de P sont $t_1 = \dfrac{-9-\sqrt{101}}{2}$ et $t_2 = \dfrac{-9+\sqrt{101}}{2}$.