Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 + 14t + 48 = 0$

Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 1 \times 48 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14-2}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-14+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14+2}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -8$ et $t_2 = -6$.

►2. $12t^2 + 7t - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 12 \times (-5) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{289}}{2\times 12} &= \frac{-7-\sqrt{289}}{24}\\ &= \frac{-7-17}{24}\\ &= \frac{-24}{24}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{289}}{2\times 12} &= \frac{-7+\sqrt{289}}{24}\\ &= \frac{-7+17}{24}\\ &= \frac{10}{24}\\ &= \frac{5_{\times 2}}{12_{\times 2}}\\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -1$ et $t_2 = \frac{5}{12}$.

►3. $y^2 + 2y - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-2-\sqrt{8}}{2\times 1} &= \frac{-2-\sqrt{8}}{2}\\ &= \frac{-2-2\sqrt{2}}{2}\\ &= \frac{-1_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}}\\ &= -1-\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-2+\sqrt{8}}{2\times 1} &= \frac{-2+\sqrt{8}}{2}\\ &= \frac{-2+2\sqrt{2}}{2}\\ &= \frac{-1_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}}\\ &= -1+\sqrt{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -1 - \sqrt{2}$ et $y_2 = -1 + \sqrt{2}$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 + 14t + 48 = 0$

Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 1 \times 48 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14-2}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-14+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-14+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-14+2}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -8$ et $t_2 = -6$.

►2. $-72y^2 - 119y - 49 = 0$
Je calcule $\Delta = (-119)^2 - 4 \times (-72) \times (-49) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-119)+\sqrt{49}}{2\times(-72)} &= \frac{119+\sqrt{49}}{-144}\\ &= \frac{119+7}{-144}\\ &= \frac{126}{-144}\\ &= \frac{-7_{\times(-18)}}{8_{\times(-18)}}\\ &= \frac{-7}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-119)-\sqrt{49}}{2\times(-72)} &= \frac{119-\sqrt{49}}{-144}\\ &= \frac{119-7}{-144}\\ &= \frac{112}{-144}\\ &= \frac{-7_{\times(-16)}}{9_{\times(-16)}}\\ &= \frac{-7}{9}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-7}{8}$ et $y_2 = \frac{-7}{9}$.

►3. $y^2 + 7 = 0$
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 7 = -28$.
Comme $\Delta < 0$, $P(y)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 - 7z = 0$
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)-\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{7-\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{7-7}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)+\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{7+\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{7+7}{2}\\ &= \frac{14}{2}\\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 0$ et $z_2 = 7$.

►2. $12x^2 + 23x + 10 = 0$
Je calcule $\Delta = 23^2 - 4 \times 12 \times 10 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-23-\sqrt{49}}{2\times 12} &= \frac{-23-\sqrt{49}}{24}\\ &= \frac{-23-7}{24}\\ &= \frac{-30}{24}\\ &= \frac{-5_{\times 6}}{4_{\times 6}}\\ &= \frac{-5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-23+\sqrt{49}}{2\times 12} &= \frac{-23+\sqrt{49}}{24}\\ &= \frac{-23+7}{24}\\ &= \frac{-16}{24}\\ &= \frac{-2_{\times 8}}{3_{\times 8}}\\ &= \frac{-2}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-5}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-2}{3}$.

▶3. $z^2 + 3z + 7 = 0$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 7 = -19$.
Comme $\Delta < 0$, $P(z)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

▶1. $x^2 - 7x - 8 = 0$
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{7-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{7-9}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{7+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{7+9}{2}\\ &= \frac{16}{2}\\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 8$.

▶2. $-28y^2 + 55y + 18 = 0$
Je calcule $\Delta = 55^2 - 4 \times (-28) \times 18 = 5\,041$ et $\sqrt{5\,041} = 71$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-55+\sqrt{5\,041}}{2\times(-28)} &= \frac{-55+\sqrt{5\,041}}{-56}\\ &= \frac{-55+71}{-56}\\ &= \frac{16}{-56}\\ &= \frac{-2_{\times(-8)}}{7_{\times(-8)}}\\ &= \frac{-2}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-55-\sqrt{5\,041}}{2\times(-28)} &= \frac{-55-\sqrt{5\,041}}{-56}\\ &= \frac{-55-71}{-56}\\ &= \frac{-126}{-56}\\ &= \frac{9_{\times(-14)}}{4_{\times(-14)}}\\ &= \frac{9}{4}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \dfrac{-2}{7}$ et $y_2 = \dfrac{9}{4}$.

▶3. $z^2 + 4z - 3 = 0$
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 28$ et $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\frac{-4-\sqrt{28}}{2\times 1} = \frac{-4-\sqrt{28}}{2} = \frac{-4-2\sqrt{7}}{2} = \frac{-2_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{7}}{1_{\times 2}} = -2-\sqrt{7}$$

$$\frac{-4+\sqrt{28}}{2\times 1} = \frac{-4+\sqrt{28}}{2} = \frac{-4+2\sqrt{7}}{2} = \frac{-2_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{7}}{1_{\times 2}} = -2+\sqrt{7}$$

Les racines de P sont $z_1 = -2-\sqrt{7}$ et $z_2 = -2+\sqrt{7}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2+2x-24=0$

Je calcule $\Delta = 2^2-4\times 1\times (-24) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-2-\sqrt{100}}{2\times 1} = \frac{-2-\sqrt{100}}{2} = \frac{-2-10}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

$$\frac{-2+\sqrt{100}}{2\times 1} = \frac{-2+\sqrt{100}}{2} = \frac{-2+10}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 4$.

►2. $-32x^2+92x-63=0$

Je calcule $\Delta = 92^2-4\times (-32)\times (-63) = 400$ et $\sqrt{400} = 20$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-92+\sqrt{400}}{2\times (-32)} = \frac{-92+\sqrt{400}}{-64} = \frac{-92+20}{-64} = \frac{-72}{-64} = \frac{9_{\times(-8)}}{8_{\times(-8)}} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{-92-\sqrt{400}}{2\times (-32)} = \frac{-92-\sqrt{400}}{-64} = \frac{-92-20}{-64} = \frac{-112}{-64} = \frac{7_{\times(-16)}}{4_{\times(-16)}} = \frac{7}{4}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{9}{8}$ et $x_2 = \frac{7}{4}$.

►3. $-y^2+2y+4=0$

Je calcule $\Delta = 2^2-4\times (-1)\times 4 = 20$ et $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\frac{-2+\sqrt{20}}{2\times (-1)} = \frac{-2+\sqrt{20}}{-2} = \frac{-2+2\sqrt{5}}{-2} = \frac{1_{\times(-2)}-1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}} = 1-\sqrt{5}$$

$$\frac{-2-\sqrt{20}}{2\times (-1)} = \frac{-2-\sqrt{20}}{-2} = \frac{-2-2\sqrt{5}}{-2} = \frac{1_{\times(-2)}+1_{\times(-2)}\sqrt{5}}{1_{\times(-2)}} = 1+\sqrt{5}$$

Les racines de P sont $y_1 = 1 - \sqrt{5}$ et $y_2 = 1 + \sqrt{5}$.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $x^2 + 3x - 18 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-18) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-3-9}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-3+9}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 3$.

►**2.** $5x^2 + 33x - 14 = 0$

Je calcule $\Delta = 33^2 - 4 \times 5 \times (-14) = 1\,369$ et $\sqrt{1\,369} = 37$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-33-\sqrt{1\,369}}{2\times 5} &= \frac{-33-\sqrt{1\,369}}{10}\\ &= \frac{-33-37}{10}\\ &= \frac{-70}{10}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-33+\sqrt{1\,369}}{2\times 5} &= \frac{-33+\sqrt{1\,369}}{10}\\ &= \frac{-33+37}{10}\\ &= \frac{4}{10}\\ &= \frac{2_{\times 2}}{5_{\times 2}}\\ &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = \frac{2}{5}$.

►**3.** $-x^2 + 3x + 9 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 9 = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3+\sqrt{45}}{2\times (-1)} &= \frac{-3+\sqrt{45}}{-2}\\ &= \frac{-3+3\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} - 3_{\times(-1)}\sqrt{5}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3-3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-3-\sqrt{45}}{2\times (-1)} &= \frac{-3-\sqrt{45}}{-2}\\ &= \frac{-3-3\sqrt{5}}{-2}\\ &= \frac{3_{\times(-1)} + 3_{\times(-1)}\sqrt{5}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{3+3\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{3-3\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{3+3\sqrt{5}}{2}$.