

Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2 - 3z - 54 = 0$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-54) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{225}}{2} & \frac{-(-3) + \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{225}}{2} \\ &= \frac{3 - 15}{2} & &= \frac{3 + 15}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= -6 & &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -6$ et $z_2 = 9$.

►2. $24y^2 + 25y - 25 = 0$

Je calcule $\Delta = 25^2 - 4 \times 24 \times (-25) = 3025$ et $\sqrt{3025} = 55$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-25 - \sqrt{3025}}{2 \times 24} &= \frac{-25 - \sqrt{3025}}{48} & \frac{-25 + \sqrt{3025}}{2 \times 24} &= \frac{-25 + \sqrt{3025}}{48} \\ &= \frac{-25 - 55}{48} & &= \frac{-25 + 55}{48} \\ &= \frac{-80}{48} & &= \frac{30}{48} \\ &= \frac{-5 \times 16}{3 \times 16} & &= \frac{5 \times 6}{8 \times 6} \\ &= \frac{-5}{3} & &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-5}{3}$ et $y_2 = \frac{5}{8}$.

►3. $y^2 + 6y - 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 60$ et $\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{60}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{60}}{2} & \frac{-6 + \sqrt{60}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{60}}{2} \\ &= \frac{-6 - 2\sqrt{15}}{2} & &= \frac{-6 + 2\sqrt{15}}{2} \\ &= \frac{-3 \times 2 - 1 \times 2\sqrt{15}}{1 \times 2} & &= \frac{-3 \times 2 + 1 \times 2\sqrt{15}}{1 \times 2} \\ &= -3 - \sqrt{15} & &= -3 + \sqrt{15} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -3 - \sqrt{15}$ et $y_2 = -3 + \sqrt{15}$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + 6x = 0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 0 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{36}}{2} & \frac{-6 + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{-6 - 6}{2} & &= \frac{-6 + 6}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{0}{2} \\ &= -6 & &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 0$.

►2. $72x^2 - 54x - 35 = 0$

Je calcule $\Delta = (-54)^2 - 4 \times 72 \times (-35) = 12996$ et $\sqrt{12996} = 114$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-54) - \sqrt{12996}}{2 \times 72} &= \frac{54 - \sqrt{12996}}{144} & \frac{-(-54) + \sqrt{12996}}{2 \times 72} &= \frac{54 + \sqrt{12996}}{144} \\ &= \frac{54 - 114}{144} & &= \frac{54 + 114}{144} \\ &= \frac{-60}{144} & &= \frac{168}{144} \\ &= \frac{-5 \times 12}{12 \times 12} & &= \frac{7 \times 24}{6 \times 24} \\ &= \frac{-5}{12} & &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-5}{12}$ et $x_2 = \frac{7}{6}$.

►3. $-x^2 + 4x + 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 24$ et $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4 + \sqrt{24}}{2 \times (-1)} &= \frac{-4 + \sqrt{24}}{-2} & \frac{-4 - \sqrt{24}}{2 \times (-1)} &= \frac{-4 - \sqrt{24}}{-2} \\ &= \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{-2} & &= \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{-2} \\ &= \frac{2 \times (-2) - 1 \times (-2)\sqrt{6}}{1 \times (-2)} & &= \frac{2 \times (-2) + 1 \times (-2)\sqrt{6}}{1 \times (-2)} \\ &= 2 - \sqrt{6} & &= 2 + \sqrt{6} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 2 - \sqrt{6}$ et $x_2 = 2 + \sqrt{6}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 + 13y + 30 = 0$

Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 \times 30 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-13 - \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{-13 - \sqrt{49}}{2} & \frac{-13 + \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{-13 + \sqrt{49}}{2} \\ &= \frac{-13 - 7}{2} & &= \frac{-13 + 7}{2} \\ &= \frac{-20}{2} & &= \frac{-6}{2} \\ &= -10 & &= -3 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -10$ et $y_2 = -3$.

►2. $50z^2 - 125z + 63 = 0$

Je calcule $\Delta = (-125)^2 - 4 \times 50 \times 63 = 3\,025$ et $\sqrt{3\,025} = 55$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-125) - \sqrt{3\,025}}{2 \times 50} &= \frac{125 - \sqrt{3\,025}}{100} & \frac{-(-125) + \sqrt{3\,025}}{2 \times 50} &= \frac{125 + \sqrt{3\,025}}{100} \\ &= \frac{125 - 55}{100} & &= \frac{125 + 55}{100} \\ &= \frac{70}{100} & &= \frac{180}{100} \\ &= \frac{7 \times 10}{10 \times 10} & &= \frac{9 \times 20}{5 \times 20} \\ &= \frac{7}{10} & &= \frac{9}{5} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{7}{10}$ et $z_2 = \frac{9}{5}$.

►3. $z^2 + 2z + 2 = 0$

Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = -4$.

Comme $\Delta < 0$, $P(z)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 - 16x + 64 = 0$

Je calcule $\Delta = (-16)^2 - 4 \times 1 \times 64 = 0$.

Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \frac{-(-16)}{2 \times 1} = 8$.

►2. $-2t^2 + 3t + 9 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-2) \times 9 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{81}}{2 \times (-2)} &= \frac{-3 + \sqrt{81}}{-4} & \frac{-3 - \sqrt{81}}{2 \times (-2)} &= \frac{-3 - \sqrt{81}}{-4} \\ &= \frac{-3 + 9}{-4} & &= \frac{-3 - 9}{-4} \\ &= \frac{6}{-4} & &= \frac{-12}{-4} \\ &= \frac{-3 \times (-2)}{2 \times (-2)} & &= 3 \\ &= \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{-3}{2}$ et $t_2 = 3$.

►3. $y^2 - 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 28$ et $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-0 - \sqrt{28}}{2 \times 1} &= \frac{-\sqrt{28}}{2} & \frac{-0 + \sqrt{28}}{2 \times 1} &= \frac{+\sqrt{28}}{2} \\ &= \frac{-2\sqrt{7}}{2} & &= \frac{+2\sqrt{7}}{2} \\ &= \frac{0 \times 2 - 1 \times 2\sqrt{7}}{1 \times 2} & &= \frac{0 \times 2 + 1 \times 2\sqrt{7}}{1 \times 2} \\ &= -\sqrt{7} & &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -\sqrt{7}$ et $y_2 = \sqrt{7}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 - 12y + 32 = 0$

Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 32 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-12) - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{12 - \sqrt{16}}{2} & \frac{-(-12) + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{12 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{12 - 4}{2} & &= \frac{12 + 4}{2} \\ &= \frac{8}{2} & &= \frac{16}{2} \\ &= 4 & &= 8 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = 4$ et $y_2 = 8$.

►2. $-2x^2 - 3x - 1 = 0$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times (-2) \times (-1) = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \times (-2)} &= \frac{3 + \sqrt{1}}{-4} & \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \times (-2)} &= \frac{3 - \sqrt{1}}{-4} \\ &= \frac{3 + 1}{-4} & &= \frac{3 - 1}{-4} \\ &= \frac{4}{-4} & &= \frac{2}{-4} \\ &= -1 & &= \frac{-1 \times (-2)}{2 \times (-2)} \\ & & &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-1}{2}$.

►3. $t^2 + 3t + 6 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 6 = -15$.

Comme $\Delta < 0$, $P(t)$ n'a pas de racines.