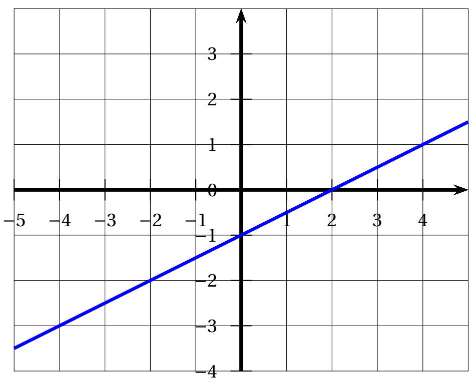
∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série nº 2 ∾ série technologique e3c Corrigé du nº 5 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

	Énoncé	**Réponse**
1.	Pour un coefficient multiplicateur de $1,33$ le taux d'évolution en pourcentage est :	$1,33 = \dfrac{133}{100}$ et $\dfrac{133}{100} - \dfrac{100}{100} = \dfrac{33}{100}$. Le taux est de $+33\,\%$.
2.	Après une hausse de $120\,\%$ un produit coûte $1\,200$ €. Quel était son prix initial ?	Une hausse de $120\,\%$ donne un coefficient multiplicateur de 2,2. On a un prix initial de $\dfrac{1\,200}{2,2} \approx 545,46$ (€)
3.	Écrire sous la forme décimale le résultat du calcul suivant $3 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 4 + 5 \times 10^{-1}$	$3\,000 + 600 + 4 + 0,5 = 3\,604,5$.
4.	Résoudre l'équation $5 - 2x = 0$	On a $5 = 2x$, puis $x = \frac{5}{2} = 2,5$. $S = \{2,5\}$.
5.	L'ensemble des solutions de l'inéquation $-3x + 6 > 0$ est	$6 > 3x$ ou $2 > x$. $S =]-\infty\,;\,2[$.
6.	Factoriser $3x(x+5) - (x+5)^2$	$(x+5)[3x-(x+5)] = (x+5)(3x-x-5) = (x+5)(2x-5)$.
7.	x et y sont des nombres réels tels que $6 - 2x \leqslant 4y$. Isoler x dans cette inégalité.	On a $6 - 4y = 2x$ ou $2(3-x) = 2y$ et en simplifiant par 2 : $y = 3 - x$.
8.	$f(x) = x^2 - 3$. Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par cette fonction.	$f\left(\sqrt{2}\right) = 2 - 3 = -1$.
9.	Les coordonnées du point d'intersection de la droite d'équation $y = 3x + 2$ avec l'axe des abscisses sont	On a $y = 0 = 3x + 2$, soit $3x = -2$ et enfin $x = -\frac{2}{3}$. Coordonnées : $\left(-\dfrac{2}{3}\,;\,0\right)$.
10.	Donner l'équation réduite de la droite (D) représentée ci- dessous 	Coefficient directeur $\dfrac{1}{2}$ et ordonnée à l'origine -1 : une équation est donc $y = \dfrac{1}{2}x - 1$.

Partie II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

La figure donnée en annexe à rendre avec la copie représente une pièce d'une maison. On considère le repère orthonormé (0, I, J, K) avec OI = OJ = OK = 1 unité de longueur = 35 cm.

1. Déterminer la superficie au sol de cette pièce en cm^2.
   Avec une longueur de $12 \times 0,35 = 4,2$ m et une largeur de $8 \times 0,35 = 2,80$ m, la superficie de la pièce est égale à $4,2 \times 2,8 = 11,76$ m^2.
2. Le mur (OIK)contient une fenêtre carrée MNPQ avec M(6 ; 0 ; 3). Donner les coordonnées des points N, P et Q.
   On a N(3 ; 0 ; 3), P(3 ; 0 ; 6) et Q(6 ; 0 ; 6).
3. On place dans cette pièce un bureau contre le mur (OJK) dont le plateau est un rectangle de sommet A(0 ; 6 ; 2), B (0 ; 10 ; 2), C(2 ; 10 ; 2) et D(2 ; 6 ; 2).
   Dessiner le plateau de ce bureau sur la figure.
   Voir la figure à la fin.
4. Le point E(1 ; 8 ; 6) matérialise l'emplacement d'un éclairage.
   Cet éclairage est-il situé au-dessus du centre de la table ? Justifier la réponse.
   Oui car $1 = \dfrac{0+2}{2}$ et $8 = \dfrac{6+10}{2}$.
5. Des rayons lumineux traversent la fenêtre jusqu'au sol.
   Le point q représente le projeté sur le sol du point Q parallèlement au rayon lumineux (Qq).
   Construire les projetés des points M, N et P sur le sol puis tracer l'ombre de la fenêtre au sol.
   On a P(4 ; 6 ; 0). On trace ensuite les parallèles à la direction (Qq) passant par les points M et N.

Exercice 3 **5 points**

En 2021, une entreprise compte produire au plus 60 000 téléphones portables pour la France et les vendre 800 € l'unité. On suppose que tous les téléphones produits sont vendus.
Le coût de production, en euros, est modélisé par la fonction C définie sur [0 ; 60 000] par :

$$C(x) = 0,01x^2 + 250x + 2\,500\,000$$

où x représente le nombre de téléphones fabriqués et vendus.

1. **a.** Calculer $C(7\,500)$. Interpréter le résultat obtenu.
   $C(7\,500) = 4\,937\,500$. 7 500 téléphones ont un coût de production de 4 937 500 €.
   b. Calculer le montant de la recette, en euros, que rapporte la vente de 7 500 téléphones.
   La recette pour 7 500 téléphones vendus sera de $7\,500 \times 800 = 6\,000\,000$ (€).
   En déduire le montant du bénéfice, en euros, pour 7 500 téléphones vendus.
   Le bénéfice pour une vente de 7 500 téléphones sera donc égal à :
   $6\,000\,000 - 4\,937\,500 = 1\,062\,500$ (€).
2. Montrer que, pour tout $x \in [0\ ;\ 60000]$, le bénéfice, en euros, est défini par :

   $B(x) = -0,01x^2 + 550x - 2\,500\,000$ où x représente le nombre de téléphone fabriqués et vendus.

   On a $B(x) = R(x) - C(x) = 800x - \left(0,01x^2 + 250x + 2\,500\,000\right) = 800x - 0,01x^2 - 250x - 2\,500\,000 = -0,01x^2 + 550x - 2\,500\,000$.

   a. Étudier les variations de la fonction B sur [0 ; 60 000].
   On a sur [0 ; 60 000], $B'(x) = -0,02x + 550$. Or
   - $-0,02x + 550 > 0$ si $550 > 0,02x$ ou $x < \dfrac{550}{0,02}$, soit $x < 27\,500$;
   - $-0,02x + 550 < 0$ si $550 < 0,02x$ ou $x > \dfrac{550}{0,02}$, soit $x > 27\,500$;
   - $-0,02x + 550 = 0$ si $550 = 0,02x$ ou $x = \dfrac{550}{0,02}$, soit $x = 27\,500$

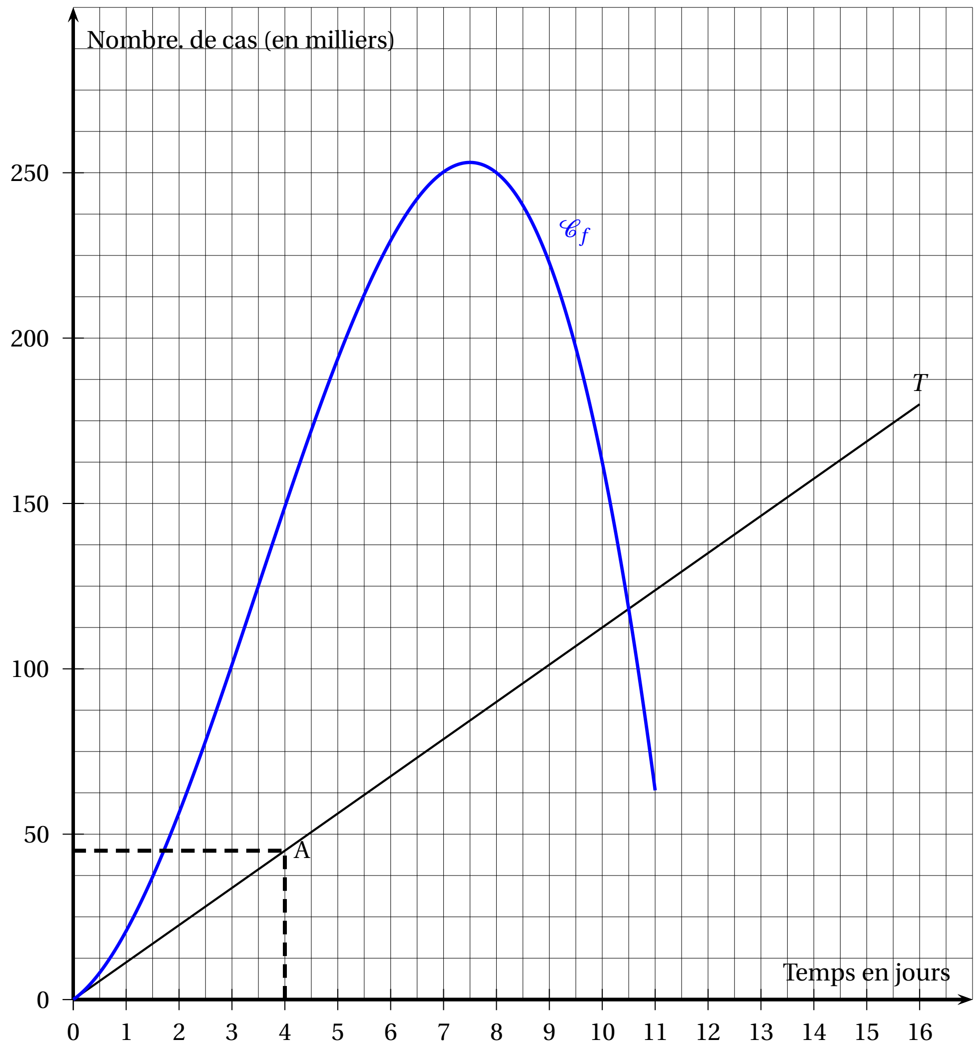
Donc la fonction B est croissante sur $[0\,;\,27\,500]$ et décroissante sur $[27\,500\,;\,60\,000]$

b. En déduire le nombre de téléphone que l'entreprise doit produire pour réaliser un bénéfice maximal. Donner la valeur ce bénéfice en euros.

D'après la question précédente $B(27\,500) = 5\,062\,500$ est donc le bénéfice maximal en euros.

Exercice 4 **5 points**

Lors d'une épidémie observée sur une période de onze jours, un institut de veille sanitaire a étudié l'évolution du nombre de personnes malades. La durée, écoulée à partir du début de la période, est exprimée en jours.Elle est notée t.
On modélise le nombre de cas grâce à la fonction f, où $f(t)$ représente le nombre personnes malades, en milliers, à l'instant t.
Soit f' la fonction dérivée de f. Le nombre $f'(t)$ représente la vitesse d'évolution de la maladie, t jours après l'apparition des premiers cas.
On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f, définie sur l'intervalle $[0\,;\,11]$.
La droite T est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 et passe par le point A de coordonnées $(4\,;\,45)$.



1. **a.** Déterminer par lecture graphique $f'(0)$.

On lit donc $f'(0) = \dfrac{45}{4}$.

b. En déduire l'équation réduite de la tangente T.

Le coefficient directeur de la droite est $\dfrac{45}{4}$ et elle contient l'origine ; une des ses équations est donc $t = \dfrac{45}{4}x$.

2. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,11]$ par :
21 45

$$f(t) = -t^3 + \frac{21}{2}t^2 + \frac{45}{4}t.$$

a. Calculer $f'(t)$ pour tout t dans l'intervalle $[0\,;\,11]$.
Dans l'intervalle $[0\,;\,11]$, on a $f'(t) = -3t^2 + 2 \times \frac{21}{2}t + \frac{45}{4} = -3t^2 + 21t + \frac{45}{4}$.

b. On admet que, pour tout t dans l'intervalle $[0\,;\,11]$,

$$f'(t) = -3\left(t + \frac{1}{2}\right)\left(t - \frac{15}{2}\right).$$

Étudier le signe de $f'(t)$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur $[0\,;\,11]$.
On peut écrire $f'(t) = 3\left(t + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{15}{2} - t\right)$.
Or sur $[0\,;\,11]$, $3\left(t + \frac{1}{2}\right) > 0$, donc le signe de $f'(t)$ est celui de $\frac{15}{2} - t$, d'où le tableau de variations :

x	0		$\frac{15}{2}$		11
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	$253{,}125$	$\searrow$	$63{,}25$

c. Retrouver par le calcul l'équation réduite de la tangente T.
Une équation réduite de la tangente (T) est :
$M(x\,;\,t) \in (T)$ si $y - f(0) = f'(0)(x-0)$.
Avec $f(0) = 0$ et $f'(0) = \frac{45}{4}$, on a donc $y = \frac{45}{4}x$.

Annexe à rendre avec la copie