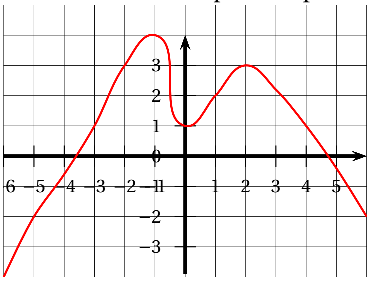
∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾
série technologique e3c Corrigé du n° 13 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

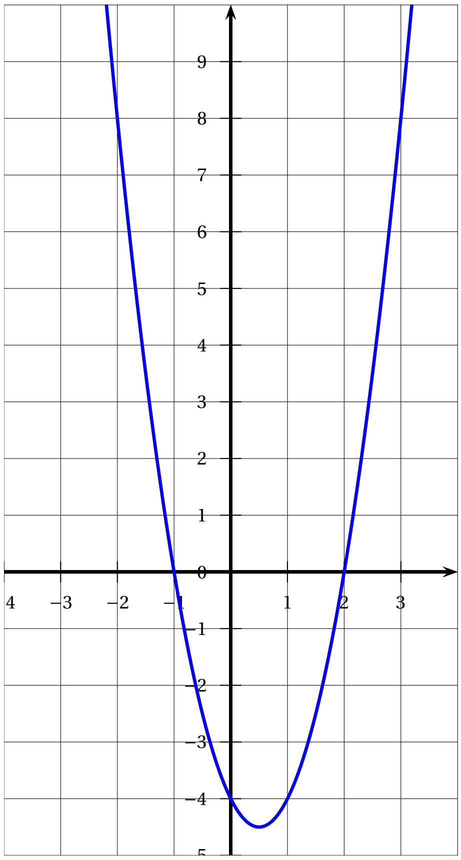
	Énoncé	**Réponse**
1.	Dans un repère du plan, on donne A(2 ; 4) et B(6 ; 16). Déterminer une équation de la droite (AB).	Avec $y = ax+b$, on a $\begin{cases} 4 = 2a+b \\ 16 = 6a+b \end{cases}$ d'où par différence $12 = 4a$, soit $a = 3$, puis $b = 4-6 = -2$. Équation $y = 3x-2$.
2.	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - x + 3$.On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse -3.	On a donc $f(-3) = 2\times(-3)^2 - (-3) + 3 = 18+3+3 = 24$.
3.	Factoriser l'expression $4(x+2)+(x+2)^2$.	$(x+2)[4+(x+2)] = (x+2)(x+6)$.
4.	Soit g la fonction définie par $g(x) = -3x+7$. Déterminer l'antécédent de -11 par g.	On a $-11 = -3x+7$ ou $3x = 18$ et $x = 6$.
5.	Après une baisse de 20 %, un produit coûte 200 €. Quel était son prix initial ?	Si x est le prix initial on a $0,8x = 200$ d'où $x = \frac{200}{0,8} = 250$ (€).
6.	Calculer $\dfrac{10+10^3}{10}$	$\dfrac{10+10^3}{10} = 1+10^2 = 1+100 = 101$.
7.	Résoudre l'équation $x^2 = 25$.	$S = \{-5\,;\,5\}$.
8.	La formule de l'IMC (indice de masse corporelle, noté I) est $I = \dfrac{m}{t^2}$ où m est la masse en kilogramme et t la taille en mètre. Exprimer t en fonction de m et de I.	O, a donc $t^2 = \dfrac{m}{I}$, d'où $t = \sqrt{\frac{m}{I}}$ car $t > 0$.
9.	Compléter le tableau de signe de l'expression $(x-1)(x+3)$	$\begin{array}{c\|ccccc} x & & -3 & & 1 & \\ \hline (x-1)(x+3) & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$
10.	Par lecture graphique, dresser le tableau de variation de la fonction h définie sur $[-6\,;\,6]$ et représentée ci-dessous dans un repère du plan : 	$\begin{array}{c\|ccccccc} x & & -1 & & 0 & & 2 & \\ \hline \text{Variations de } h & \nearrow & 4 & \searrow & 1 & \nearrow & 3 & \searrow \end{array}$

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Soit f une fonction polynôme du second degré, définie sur $\mathbb{R}$ et représentée par la parabole ci-dessous.



1. Par lecture graphique :
   - **a.** Donner l'image de 0 par f.

     00 a pour image -4.
   - **b.** Déterminer les racines de la fonction f.

     $f(x) = 0$ pour $x = -1$ et $x = 2$.
   - **c.** Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$.

     Il y a deux points de la courbe d'ordonnée 1.
2. Expliquer pourquoi $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $2(x+1)(x-2)$.

   La fonction g définie par $g(x) = 2(x+1)(x-2)$ s'annule pour $x = -1$ et pour $x = 2$ et enfin $g(0) = 2 \times 1 \times (-2) = -4$.

   Donc f et g sont des polynômes du second degré qui ont le même coefficient $a = 2$: $f(x) = g(x)$.
3. Pour trouver un encadrement de la solution de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[2\,;\,3]$ on a écrit les fonctions Python ci-dessous.

```
def f(x)
return 2*(x+1)(x-2)
def balayage(pas)
x = 2
while f(x) < 1
x = x + pas
return (x - pas, x)
```

   Par exemple, l'appel balayage(1) renvoie le résultat (2, 3) :

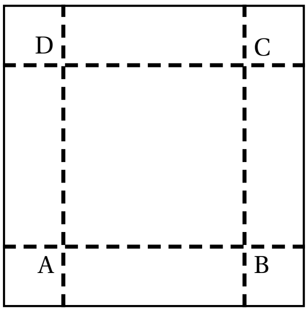
```
>>> balayage(1)
(2, 3)
```

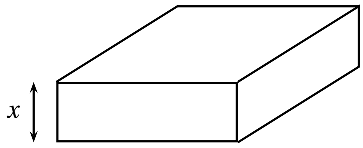
   L'instruction balayage(0,0001) envoie le résultat (2,1583, 2,1584). Que signifie ce résultat ?

   Ceci signifie que la solution ℓ de l'équation $f(x) = 1$ est telle que $301\,583 < \ell < 2,1584$. C'est un encadrement au dix-millième.

Exercice 3 **5 points**

On veut construire une cuve métallique sans couvercle, à partir d'une plaque carrée de 3 mètres de côté. À chaque coin de la plaque métallique, on découpe un carré de côté x mètres, où x est un nombre réel appartenant à l'intervalle $[0\,;\,1{,}5]$. En pliant et en soudant, on obtient une cuve sans couvercle de volume $V(x)$ exprimé en m^3.





1. **a.** Montrer que l'aire du carré ABCD représenté sur la figure ci-dessus peut s'écrire sous la forme $(3-2x)^2$.

   Le fond est un carré de côté $3-2x$, donc d'aire $(3-2x)^2$.

   b. Montrer que le volume $V(x)$ de la cuve, exprimé en m^3, peut s'écrire sous la forme $V(x) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$.

   La hauteur de la cuve étant x, son volume est égal à :

   $V(x) = x(3-2x)^2 = x\left(9+4x^2-12x\right) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$.

2. On note V' la fonction dérivée de V.

   a. Calculer $V'(x)$ puis vérifier que $V'(0,5) = 0$ et $V'(1,5) = 0$.

   Le polynôme V est dérivable quel que soit le réel x et $V'(x) = 12x^2 - 24x + 9$.

   $V'(0,5) = 12 \times 0,25 - 24 \times 0,5 + 9 = 3 - 12 + 9 = 0$;

   $V'(1,5) = 12 \times 1,5^2 - 24 \times 1,5 + 9 = 27 - 36 + 9 = 0$.

   b. En déduire les variations de V sur l'intervalle $[0\,;\,1{,}5]$.

   On en déduit que $V'(x) = 12(x-0,5)(x-1,5)$.

   Ce polynôme est positif sauf sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,1{,}5]$, donc V est croissante sauf sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,1{,}5]$ où elle est décroissante.

   $V(0,5) = 2$ m)3 est donc le maximum de la fonction

   c. Pour quelle valeur de x le volume de la cuve est-il maximal ?

   $V(0,5) = 2$ m)3 est donc le maximum de la fonction obtenu pour $x = 0,5$.

Exercice 4 **5 points**

Un centre de vacances accueille 200 adolescents : parmi eux, 35 % ont choisi l'activité kayak, 25 % l'activité escalade et les autres l'activité équitation. Les filles représentent 30 % des personnes ayant choisi l'activité kayak, 40 % de l'activité escalade et 70 % de l'activité équitation.

1. À l'aide des données de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs ci-dessous :

	Kayak	Escalade	Équitation	Total
Filles	21	20	56	97
Garçons	49	30	24	103
Total	70	50	80	200

2. Calculer, parmi les filles, la fréquence de celles qui ont choisi l'activité kayak.

   Nombre de kayakistes : $0,35 \times 200 = 70$.

   Les filles représentent 30 % de ceux-ci : elles sont donc $0,30 \times 70 = 21$.

3. On sélectionne au hasard une personne parmi les 200 adolescents présents dans le centre.

a. Calculer la probabilité que la personne sélectionnée soit un garçon qui a choisi l'activité équitation.

Il y a $70-21=49$ kayakistes garçons.

Il y a 40 % qui ont choisi l'escalade, soit $0,25\times200=50$ dont 40 % de filles soit $0,40\times 50=20$. Il y a donc 30 garçons qui pratiquent l'escalade.

Pratiquent l'équitation : $200-(70+50)=200-120=80$ dont 70 % de filles soit $0,70\times 80=56$ et donc $80-56=24$ garçons.

Il y a 24 garçons pratiquant l'équitation, la probabilité est donc égale à $\frac{24}{200}\frac{12}{100}=0,12$.

b. Sachant que la personne sélectionnée est une fille, calculer la probabilité qu'elle ait choisi l'équitation.

Sur 97 filles, 56 pratiquent l'équitation ; la probabilité est donc égale à $\frac{56}{97}\approx 0,577$.

4. Le centre de vacances, qui peut actuellement accueillir jusqu'à 236 adolescents, va procéder à un agrandissement de ses locaux afin d'augmenter sa capacité d'accueil de 7 % par an sur les cinq prochaines années.

Combien d'adolescents le centre de vacances pourra-t-il accueillir après ces cinq années ?

Au bout de 5 ans le nombre de places sera égal à :

$236\times1,07^5\approx331,0$ donc au moins 330 places.