ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Sujet 49 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune d'elles, une seule des affirmations proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. On considère la droite d dont une équation cartésienne dans un repère orthonormé est $2x-3y+4=0$.

a. Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\binom{-6}{4}$.

b. Un vecteur normal de d est $\vec{n}\binom{-12}{18}$.

c. Le point $C(-5\,;\,2)$ appartient à la droite d.

d. La droite d coupe la droite d'équation $-x+3y-2=0$ au point F $(1\,;2)$.

2. Dans un repère orthonormé le cercle $\mathcal{C}$ a pour équation $x^2-2x+y^2+y=3$ et la droite $\mathcal{D}$ pour équation $y=1$.

a. $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ n'ont aucun point d'intersection.

b. $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ ont un seul point d'intersection.

c. $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ ont deux points d'intersection.

d. On ne peut pas savoir combien $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ ont de points d'intersection.

3. La fonction f est la fonction définie sur l'ensemble des réels par $f(x)=\cos(2x)$.

a. f est paire.

b. f est impaire.

c. f n'est ni paire ni impaire.

d. f a pour période $\dfrac{\pi}{2}$.

4. Soit la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(u_n+\dfrac{2}{u_n}\right)$.

On définit en langage Python une fonction « suite » pour calculer u_n connaissant n.

a.
```
def suite(n):
 u=0
 for i in range (1,n+1):
   u=1/2*(u+2/u)
 return u
```

b.
```
def suite(n):
 u=1
 for i in range (1,n+1):
   u=1/2*(u+2/u)
 return n
```

c.
```
def suite(n):
 u=1
 for i in range (1,n+1):
   u=1/2*u+2/u
 return u
```

d.
```
def suite(n):
 u=1
 for i in range (1,n+1):
   u=1/2*(u+2/u)
 return u
```

5. L'équation $\mathrm{e}^x=1$:

a. n'a pas de solution.

b. a pour solution le nombre 1.

c. a pour solution le nombre 0.

d. a pour solution le nombre e.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au centième.

Un gérant d'un salon de thé achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs.
Il achète 80 % de ses boîtes chez le fournisseur « *Au thé de qualité* » et 20 % de ses boîtes chez le fournisseur « *Bon thé* ».
Des contrôles de qualité montrent que 10 % des boîtes provenant du fournisseur « *Au thé de qualité* » présentent des traces de pesticides et que 20 % de celles provenant du fournisseur « *Bon thé* » présentent aussi des traces de pesticides.
On prélève au hasard une boîte du stock du gérant et on considère les évènements suivants :

— A : « la boîte provient du fournisseur « *Au thé de qualité* » ;
— B : « la boîte provient du fournisseur « *Bon thé* » ;
— T : « la boîte présente des traces de pesticides ».

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que la boîte prélevée provienne du fournisseur « *Au thé de qualité* » et contienne des traces de pesticide ?
3. Que représente l'évènement $B \cap \overline{T}$? Quelle est la probabilité de cet évènement ?
4. Justifier que la probabilité que la boîte ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88.
5. On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur « *Bon thé* » ?

EXERCICE 3 **5 POINTS**

Un propriétaire propose à un commerçant deux types de contrat pour la location d'un local pendant 3 ans.

1er contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 5 € par mois jusqu'à la fin du bail.

2e contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

On modélise ces deux contrats par des suites (u_n) et (v_n), de sorte que pour tout entier $n \geqslant 1$, le prix du loyer le n-ième mois avec le 1er contrat est représenté par u_n et le prix du loyer le n-ième mois avec le 2e contrat est représenté par v_n. On a ainsi $u_1 = v_1 = 200$.

1. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.
2. Le commerçant a écrit un programme en langage Python qui lui permet de déterminer u_n et v_n pour une valeur donnée de n.

```
1    u=200
2    v=200
3    n=int(input("Saisir une valeur de n :"))
4    for i in range(1,n) :
5        u= ..................
6        v= ...................
7    print("Pour n =",n,"on a","u =",u," et v =",v)
```

   a. Recopier et compléter les lignes 5 et 6 de ce programme.
   b. Quels nombres obtiendra-t-on avec n = 4 ?

3. Déterminer, pour tout entier $n \geqslant 1$, l'expression de u_n et de v_n en fonction de n.
4. Quel contrat coûtera le moins cher au total pour l'ensemble d'un bail de 3 ans ?

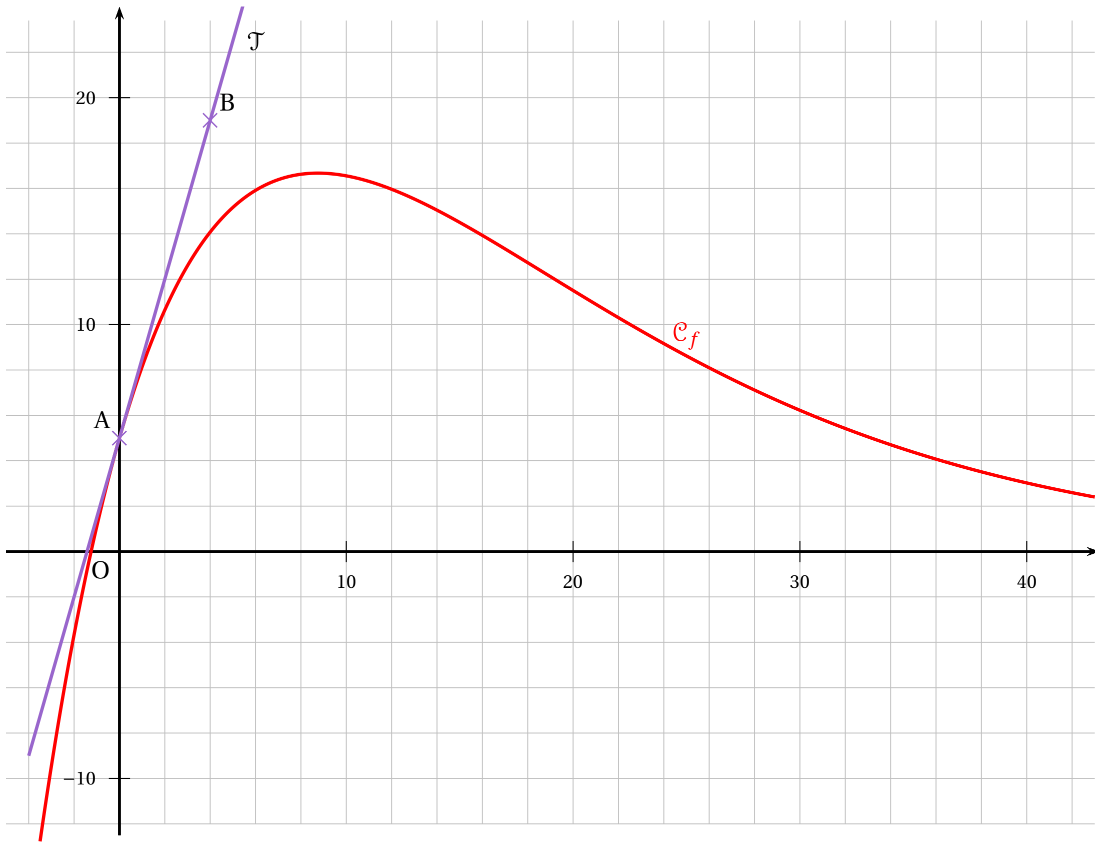
EXERCICE 4 **5 POINTS**

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-0,1x}$$

où a et b sont des réels fixés.
La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous, dans un repère orthogonal.
On a également représenté la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}_f$ au point A(0 ; 5).
On admet que cette tangente $\mathcal{T}$ passe par le point B(4 ; 19).

1. En exprimant $f(0)$, déterminer la valeur de b.
2. **a.** À l'aide des coordonnées des points A et B, déterminer une équation de la droite $\mathcal{T}$.
   b. Exprimer, pour tout réel x, $f'(x)$ en fonction de x et de a et en déduire que pour tout réel x, $f(x) = (4x+5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.
3. On souhaite déterminer le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   a. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (-0,4x+3,5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.
   b. Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$ et en déduire le maximum de f sur $\mathbb{R}$.



$\mathcal{T}$
B
20
$\mathcal{C}_f$
10
A
O
10
20
30
40
-10