∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ∾
série générale e3c Corrigé du n° 7 année 2020

Exercice 1 **5 points**

Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1
On considère les points E(3 ; −4) et F(7 ; 2).
La droite (EF) passe par le point :

a. A(0 ; 8)	**b.** B(5,5 ; 0)	**c.** C(13 ; 11)	**d.** D(−25 ; 45)

On a $\overrightarrow{\text{EF}}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{EC}}\begin{pmatrix}10\\15\end{pmatrix}$. Or ces deux vecteurs sont colinéaires au vecteur $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.
Ils sont donc colinéaires, les droites (EF) et (EC) sont parallèles et donc confondues : le point C appartient à la droite (EF).

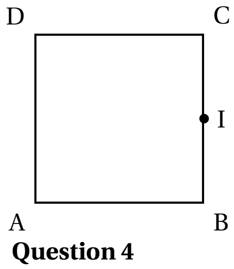
Question 2
On considère la droite D qui a pour équation réduite $y = -2x + 4$.
Parmi les vecteurs suivants, déterminer celui qui est un vecteur normal de la droite D :

a. $\overrightarrow{n_1}\,(2\ ;\ 1)$	**b.** $\overrightarrow{n_2}\,(-1\ ;\ 2)$	**c.** $\overrightarrow{n_3}\,(1\ ;\ -2)$	**d.** $\overrightarrow{n_4}\,(-2\ ;\ 1)$

L'équation s'écrit $y + 2x - 4 = 0$ et on sait qu'alors le vecteur $\overrightarrow{n}_4\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite.

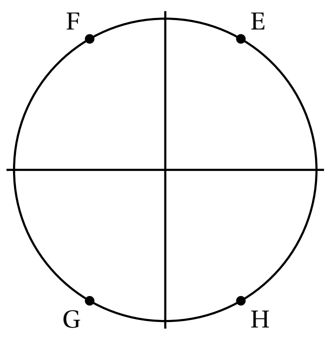
Question 3
Soit ABCD un carré de côté 6 et I le milieu de [BC]. Alors le produit scalaire $\overrightarrow{\text{AD}} \cdot \overrightarrow{\text{AI}}$ vaut :

a. −18	**b.** 18	**c.** 36	**d.** $9\sqrt{5}$



$\overrightarrow{\text{AD}} \cdot \overrightarrow{\text{AI}} = \overrightarrow{\text{AD}} \cdot \left(\overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{BI}}\right) = \overrightarrow{\text{AD}} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{AD}} \cdot \overrightarrow{\text{BI}} = 0 + \text{AD} \times \dfrac{1}{2}\text{BC} = 6 \times 3 = 18.$

Question 4
Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, le nombre $\dfrac{14\pi}{3}$ a pour image le point :



a. E	**b.** F	**c.** G	**d.** H

On a $\dfrac{14\pi}{3} - 4\pi = \dfrac{14\pi}{3} - \dfrac{12\pi}{3} = \dfrac{2\pi}{3}$: point E.

Question 5 Soit le réel x appartenant à l'intervalle $\left[\dfrac{\pi}{2}\ ;\ \pi\right]$ tel que $\sin x = 0,8$. Alors :

a. $\cos(x) = 0,6$	**b.** $\cos(x) = -0,6$	**c.** $\cos(x) = 0,2$	**d.** $\cos(x) = -0,2$

Le réel$x$ est représenté par un point du deuxième cadran; $\cos x$ est donc négatif avec $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \iff \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - 0,8^2 = 1 - 0,64 = 0,36 = 0,6^2$.
Conclusion : $\cos x = -0,6$.

Exercice 2 **5 points**

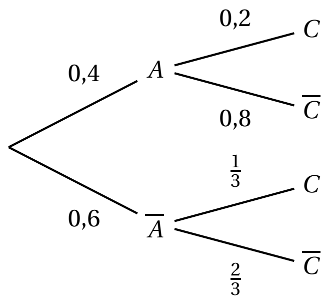
Un magasin de téléphonie mobile lance une offre sur ses smartphones de la marque Pomme vendus à 800 € : il propose une assurance complémentaire pour 50 € ainsi qu'une coque à 20 €.
Ce magasin a fait les constatations suivantes concernant les acheteurs de ce smartphone :

- 40 % des acheteurs ont souscrit à l'assurance complémentaire.
- Parmi les acheteurs qui ont souscrit à l'assurance complémentaire, 20 % ont acheté en plus la coque.
- Parmi les acheteurs qui n'ont pas souscrit à l'assurance complémentaire, deux sur trois n'ont pas acheté la coque.

On interroge au hasard un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.
On considère les évènements suivants :

- A : « le client a souscrit à l'assurance complémentaire »;
- C : « le client a acheté la coque ».

1. Calculer la probabilité que le client ait souscrit à l'assurance complémentaire et ait acheté la coque.
   On peut dresser l'arbre pondéré de probabilités :



2. Montrer que $P(C) = 0,28$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $P(C) = P(A\cap C) + P\left(\overline{A}\cap C\right) = P(A)\times P_A(C) + P\left(\overline{A}\right)\times P_{\overline{A}}(C) = 0,4\times 0,2 + 0,6\times \frac{1}{3} = 0,08 + 0,2 = 0,28$.
3. Le client interrogé a acheté la coque.
   Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas souscrit à l'assurance complémentaire ?
   Il faut calculer $P_C(\overline{A}) = \dfrac{P\left(C\cap\overline{A}\right)}{P(C)} = \dfrac{0,20}{0,28} = \dfrac{10}{14} = \dfrac{5}{7}$.
4. Déterminer la dépense moyenne d'un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.
   On pourra noter X la variable aléatoire qui représente la dépense en euros d'un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.
   X peut prendre les valeurs : 870, 850, 820 et 800 avec les probabilités respectives 0,08 ; 0,32 ; 0,2 ; 0,4.
   La dépense moyenne par client ayant acheté un smartphone de la marque Pomme est donc :
   $870 \times 0,08 + 850 \times 0,32 + 820 \times 0,2 + 800 \times 0,4 = 69,6 + 272 + 164 + 320 = 825,60$ (€).

Exercice 3 **5 points**

On considère les deux suites suivantes :

- la suite (u_n) définie pour tout entier n par :

$$u_n = \frac{8n-4}{n+1}$$

- la suite (u_n) définie par $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = 0,5v_n + 3,5$ pour tout entier n.

1. Calculer les termes d'indice 3 des suites (u_n) et (v_n).

n	u_n	v_n
0	-4	0
1	2	3,5
2	4	5,25
3	5	6125

2. On s'intéresse aux variations de la suite (u_n). Pour cela, on considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{8x-4}{x+1}$$

a. Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.
Sur $[0\,;\,+\infty[$ la fonction est dérivable et sur cet intervalle :
$f'(x) = \dfrac{8(x+1)-(8x-4)}{(x+1)^2} = \dfrac{8x+8-8x+4}{(x+1)^2}\ \dfrac{12}{(x+1)^2}$.
$f'(x) > 0$ car quotient de deux nombres supérieurs à zéro ; la fonction f est donc strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

b. En déduire la monotonie de la suite (u_n).
De la croissance de la fonction résulte la stricte croissance de la suite (u_n).

3. On considère l'affirmation suivante :

« pour tout entier n, $u_n < v_n$ ».

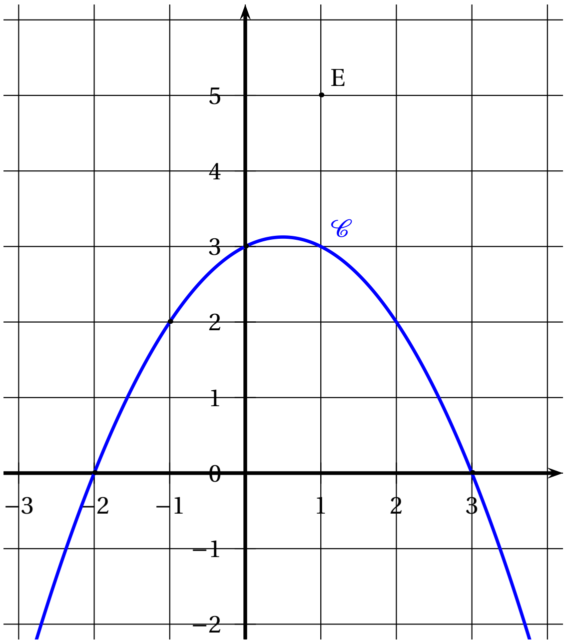
Camille pense que cette affirmation est vraie alors que Dominique pense le contraire.
Pour les départager, on réalise le programme suivant écrit en langage Python :

```
def algo( ) :
n = 0
u = -4
v = 0
while u < v
  n = n+1
  u = (8*n - 4)/(n + 1)
  v = 0,5*v + 3,5
return(n)
```

Le programme renvoie la valeur 11. Qui de Camille ou Dominique a raison ?
Expliquer.
Le programme dit que $u_{11} > v_{11}$, donc Dominique a raison.
Effectivement $u_{11} = \dfrac{84}{12} = 7$ et $v_{11} = 6,99658203125$.

Exercice 4 **5 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé. La courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-dessous :



1. Par lecture graphique, résoudre l'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x.

On voit que la courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses -2 et 3. Donc $S = \{-2\ ;\ 3\}$.

2. On donne $f'(x) = -x + 0,5$ pour tout réel x.

Déterminer qu'une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1 est $y = 1,5x + 3,5$.

On lit $f(-1) = 2$ et d'après l'indication $f'(-1) = 1 + 0,5 = 1,5$.

Une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -1 est donc :

$y - f(0) = f'(0)(x-(1))$, soit $y-2 = 1,5(x+1)$ ou $y = 2+1,5x+1,5$ et finalement $y = 1,5x+3,5$.

3. On considère le point E de coordonnées $(1\,;\,5)$.

Dans cette question, on cherche à déterminer les points de la courbe $\mathscr{C}$ en lesquels la tangente passe par le point E.

a. Montrer que le point E appartient à la tangente T.

$\text{E}(1\ ;\ 5) \in T \iff 5 = 1,5 \times 1 + 3,5$ soit si $5 = 1,5 + 3,5$ ce qui est vrai.

b. Déterminer l'autre point de la courbe en lequel la tangente passe par le point E.

La première question incite à considérer le point de coordonnées $(3\,;\,0)$ de la courbe.Une équation de la tangente T_3 à la courbe en ce point avec $f(3) = 0$ et $f'(3) = -3 + 0,5 = -2,5$ est :

$y - 0 = -2,5(x-3)$, soit $y = -2,5(x-3)$.

Or pour $x = 1$, $\;y = -2,5(1-3) = -2,5 \times (-2) = 5$, donc cette tangente contient le point E.

Les tangentes à la courbe contenant E sont donc les tangentes en $(-1\ ;\ 2)$ et $(3\,;\,0)$.