

Baccalauréat Première Métropole-La Réunion
série générale e3c Corrigé du n° 6 année 2020

Exercice 1

5 points

Ce QCM comprend 5 questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Dans cet exercice, on se place dans un repère orthonormé.

Question 1 : Un vecteur normal à la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 3 = 0$ a pour coordonnées :

a. $\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$	b. $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	c. $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	d. $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$
---	--	--	---

Réponse **c.** (cours). **Question 2 :** Le centre A du cercle d'équation $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ est :

a. A(3; 4)	b. A(-3; 4)	c. A(-4; 3)	d. A(4; -3)
-------------------	--------------------	--------------------	--------------------

$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0 \iff (x+3)^2 - 9 + (y-4)^2 - 16 = 0 \iff (x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$: cette équation signifie que $(x; y)$ appartient au cercle de centre A(-3; 4) et de rayon 5.

Question 3 : On considère un triangle ABC tel que $AB = 3$, $BC = 5$ et $AC = 6$, on a alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ égal à :

a. -18	b. 10	c. 26	d. 0
---------------	--------------	--------------	-------------

On a $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos \widehat{BAC}$, soit $25 = 9 + 36 - 2 \times 3 \times 6 \times \cos \widehat{BAC}$ ou encore $30 \cos \widehat{BAC} = 45 - 25 = 20$ et enfin $\cos \widehat{BAC} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$.

On a donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC} = 3 \times 6 \times \frac{2}{3} = 12$.

Question 4 : Le nombre réel $\frac{-3\pi}{4}$ est associé au même point du cercle trigonométrique que le réel :

a. $\frac{-14\pi}{4}$	b. $\frac{7\pi}{4}$	c. $\frac{13\pi}{4}$	d. $\frac{19\pi}{4}$
------------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

On a $\frac{-3\pi}{4} + 4\pi = \frac{-3\pi}{4} + \frac{16\pi}{4} = \frac{13\pi}{4}$.

Question 5 : La fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (4x - 7)^3$ a pour fonction dérivée :

a. $g'(x) = 3(4x - 7)^2$	b. $g'(x) = 12(4x - 7)$
c. $g'(x) = 12x - 21$	d. $g'(x) = 12(4x - 7)^2$

On a avec $u(x) = 4x - 7$ et $u'(x) = 4$; $g'(x) = u'(x) \times 3u^2(x) = 4 \times 3(4x - 7)^2 = 12(4x - 7)^2$.

Exercice 2

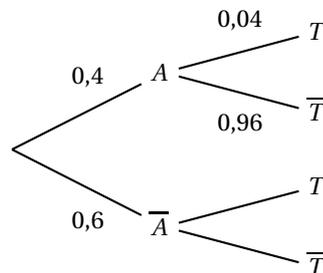
5 points

Un modèle de téléphone portable d'une grande entreprise est produit par deux sous-traitants A et B.

Chez le sous-traitant A, qui assure 40 % de la production totale, 4 % des téléphones sont défectueux. Le sous-traitant B assure le reste de la production.

On constate que la probabilité qu'un téléphone pris au hasard dans les stocks de l'entreprise soit défectueux est de 0,034.

- Quel pourcentage de la production totale le sous-traitant B assure-t-il?
Le sous-traitant B assure $100 - 40 = 60\%$ de la production totale.
- Quelle est la probabilité qu'un téléphone provienne du sous-traitant B sachant qu'il est défectueux? On arrondira le résultat à 10^{-3} près.
On peut dresser un arbre pondéré de probabilités en posant :
 - A l'évènement : « le téléphone provient du sous-traitant A »;
 - T l'évènement : « le téléphone est défectueux »



D'après la loi des probabilités totales :

$$P(T) = P(A \cap T) + P(\bar{A} \cap T).$$

Avec $P(T) = 0,034$ et $P(A \cap T) = 0,4 \times 0,04 = 0,016$ l'égalité ci-dessus devient :

$$0,034 = 0,016 + P(\bar{A} \cap T), \text{ d'où } P(\bar{A} \cap T) = 0,034 - 0,016 = 0,018.$$

Il faut trouver $P_T(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap T)}{P(T)} = \frac{P(\bar{A} \cap T)}{P(T)} = \frac{0,018}{0,034} = \frac{18}{34} = \frac{9}{17} \approx 0,5294$, soit 0,529 au millième près.

Exercice 3

5 points

Soit la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 400$ vérifiant la relation, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 60.$$

Soit la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 = -200$ et de raison 0,9.

- Calculer u_2 et v_2 .
 - $u_1 = 0,9 \times 400 + 60 = 360 + 60 = 420$;
Puis $u_2 = 0,9 \times 420 + 60 = 378 + 60 = 438$.
 - $v_1 = -200 \times 0,9 = -180$;
Puis $v_2 = -180 \times 0,9 = 162$.
- Calculer la somme des 20 premiers termes de la suite (v_n) .
Soit $V_{20} = v_0 + v_1 + \dots + v_{19}$;
 $V_{20} = -200 - 200 \times 0,9 - \dots - 200 \times 0,9^{19}$ et
 $0,9V_{20} = -200 \times 0,9 - \dots - 200 \times 0,9^{20}$
D'où par différence :
 $-0,1V_{20} = -200 \times 0,9^{20} + 200 = 200(-0,9^{20} + 1)$.
Donc $S_{20} = 200 \times \frac{-0,9^{20} + 1}{-0,1} = 2000(0,9^{20} - 1) \approx -1756,85$.
- La suite (u_n) est-elle arithmétique? La suite (u_n) est-elle géométrique?
La suite (u_n) n'est ni arithmétique (la différence des termes consécutifs n'est pas constante), ni géométrique car $u_1 = 1,05u_0 = 420$ et $1,05u_1 = 1,05 \times 420 = 441 \neq 438$.
- Recopier et compléter la fonction Suite suivante écrite en Python qui permet de calculer la somme S des 20 premiers termes de la suite (u_n) .

```

def Suite ( ) :
    U = 400
    S = 0
    for i in range (20)
        S = S + U
        U = U * 0,9 + 60
    return (S)

```

5. On admet que $u_n = v_n + 600$. En déduire u_{20} .

On a $v_{20} = -200 \times 0,9^{19}$, donc $u_{20} = 600 - 200 \times 0,9^{19} \approx 572,983$.

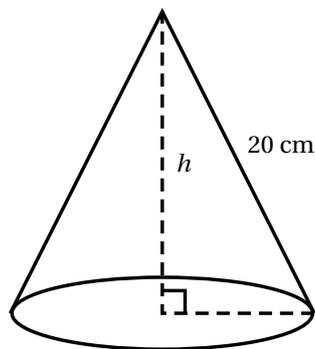
Exercice 4

5 points

On considère un cône de révolution ayant une génératrice de longueur 20 cm et d'une hauteur h en cm.

On rappelle que le volume V en cm^3 d'un cône de révolution de base un disque d'aire \mathcal{A} en cm^2 et de hauteur h en cm est : $V = \frac{1}{3}\mathcal{A}h$.

Dans cet exercice, on cherche la valeur de la hauteur h qui rend le volume du cône maximum.



1. Exprimer le rayon de la base en fonction de h .

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle d'hypoténuse la génératrice s'écrit : $20^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow r^2 = 400 - h^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{400 - h^2}$.

2. Démontrer que le volume du cône, en fonction de sa hauteur h , est :

$$V(h) = \frac{\pi}{3}(400h - h^3).$$

On a donc $V = \frac{1}{3}\pi(400 - h^2)h = \frac{\pi}{3}(400h - h^3)$.

3. Quelle hauteur h choisir pour que le volume du cône soit maximum ?

La fonction polynôme V est dérivable et

$$V'(h) = \frac{\pi}{3}(400 - 3h^2).$$

Le signe de $V'(h)$ est celui de $400 - 3h^2$.

- $400 - 3h^2 > 0 \Leftrightarrow 400 > 3h^2 \Leftrightarrow h^2 < \frac{400}{3} \Leftrightarrow h < \sqrt{\frac{400}{3}}$;
- $400 - 3h^2 < 0 \Leftrightarrow 400 < 3h^2 \Leftrightarrow h^2 > \frac{400}{3} \Leftrightarrow h > \sqrt{\frac{400}{3}}$;
- $400 - 3h^2 = 0 \Leftrightarrow 400 = 3h^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{400}{3} \Leftrightarrow h = \sqrt{\frac{400}{3}}$.

Du signe de la dérivée résultent les variations de V :

- Sur $\left[0; \sqrt{\frac{400}{3}}\right]$, la fonction est croissante ;
- Sur $\left[\sqrt{\frac{400}{3}}; +\infty\right)$, la fonction est décroissante ;
- $V\left(\sqrt{\frac{400}{3}}\right) = \frac{\pi}{3}\left(400 \times \sqrt{\frac{400}{3}} - \left(\sqrt{\frac{400}{3}}\right)^3\right) \approx 3224,53 \text{ cm}^3$ et ce pour une hauteur optimale de $\sqrt{\frac{400}{3}} \approx 11,55$ (cm).