∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ∾
série générale e3c Corrigé du sujet n° 63 année 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1 **5 points**

Question 1
Une fonction du second degré f a pour forme canonique valable pour tout réel x :

$$f(x) = 3(x+2)^2 + 5.$$

On a $(x+2)^2 \geqslant 0 \Rightarrow 3(x+2)^2 \geqslant 0 \Rightarrow 3(x+2)^2+5 \geqslant 5 > 0$: ce trinôme ne s'annule pas. Le discriminant est strictement négatif.

Question 2

Un vecteur directeur de la droite d'équation $2x+3y+5=0$ est : $\overrightarrow{d}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$.

a. $\overrightarrow{u}(2\,;\,3)$	**b.** $\overrightarrow{u}(-3\,;\,2)$	**c.** $\overrightarrow{u}(3\,;\,2)$	**d.** $\overrightarrow{u}(-2\,;\,3)$

Question 3
Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points A$(3\,;\,-1)$, B$(4\,;\,2)$ et C$(1\,;\,1)$.
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$. D'où $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 1\times(-2)+3\times 2 = -2+6 = 4$.

Question 4
Soit g la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels par $g(x) = (2x+1)\text{e}^x$.
g est un produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :
$g'(x) = 2\text{e}^x + (2x+1)\text{e}^x = \text{e}^x(2+2x+1) = \text{e}^x(2x+3) = (2x+3)\text{e}^x$.

Question 5
Pour tout réel x, $\sin(x+\pi)$ est égal à :
Pour tout réel x, $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$.

Exercice 2 **5 points**

Durant l'été, une piscine extérieure perd chaque semaine 4 % de son volume d'eau par évaporation. On étudie ici un bassin qui contient 80 m^3 après son remplissage.

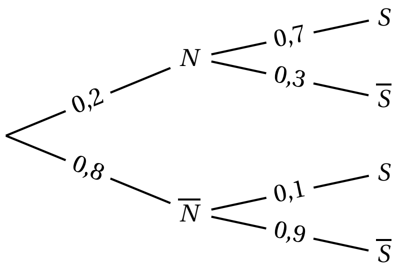
1. Retrancher 4 %, c'est multiplier par $1-\dfrac{4}{100} = 1-0,04 = 0,96$.
   Donc une semaine après le remplissage il reste : $80\times 0,96 = 76,8\text{m}^3$.
2. $V_0 = 80$.
   a. On a vu que le volume au bout d'une semaine est celui de la semaine précédente multiplié par 0,96.
   Donc pour tout naturel n, $V_{n+1} = 0,96V_n$, égalité qui montre que la suite (V_n) est une suite géométrique de premier terme $V_0 = 80$ et de raison $q = 0,96$.
   b. On sait qu'alors pour tout naturel n, $V_n = V_0\times q^n = 80\times 0,96^n$.
   c. On a donc $V_7 = 80\times 0,96^7 \approx 60,1158 \approx 60,116$ m^3 au litre près.
3.
   Puisque toute eau mise s'évapore il faudrait changer l'algorithme et le faire partir à la fin de la première semaine ainsi :

```
def nombreJour(U) :
  N=1
  V= 76,8
  while V ⩾ 70
    N=N+1
    V = (V + 2)*0,96
  return ...
```

Il s'arrête la 8e semaine.

Exercice 3 **5 points**

1. Reproduire sur la copie et compléter l'arbre pondéré ci-dessous décrivant la situation :



2. Il faut calculer $p(N \cap S) = p(N) \times p_N(S) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$.
3. On calcule $p\left(\overline{N} \cap S\right) = p\left(\overline{N}\right) \times p_{\overline{N}}(S) = 0,8 \times 0,1 = 0,08$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $p(S) = p(N \cap S) + p\left(\overline{N} \cap S\right) = 0,14 + 0,08 = 0,22$.
4. Soit $p_S(N) = \dfrac{p(S \cap N)}{p(S)} = \dfrac{p(N \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0,14}{0,22} = \dfrac{14}{22} = \dfrac{7}{11} \approx 0,636$.
5. On a $p\left(N \cap \overline{S}\right) = 0,2 - 0,14 = 0,06$ et
   $p\left(\overline{N} \cap \overline{S}\right) = 0,8 - 0,08 = 0,72$.
   On a donc le tableau suivant :

Évènement	$N \cap S$	$N \cap \overline{S}$	$\overline{N} \cap S$	$\overline{N} \cap \overline{S}$
Dépense en €	70	45	25	0
Probabilité	0,14	0,06	0,08	0,72

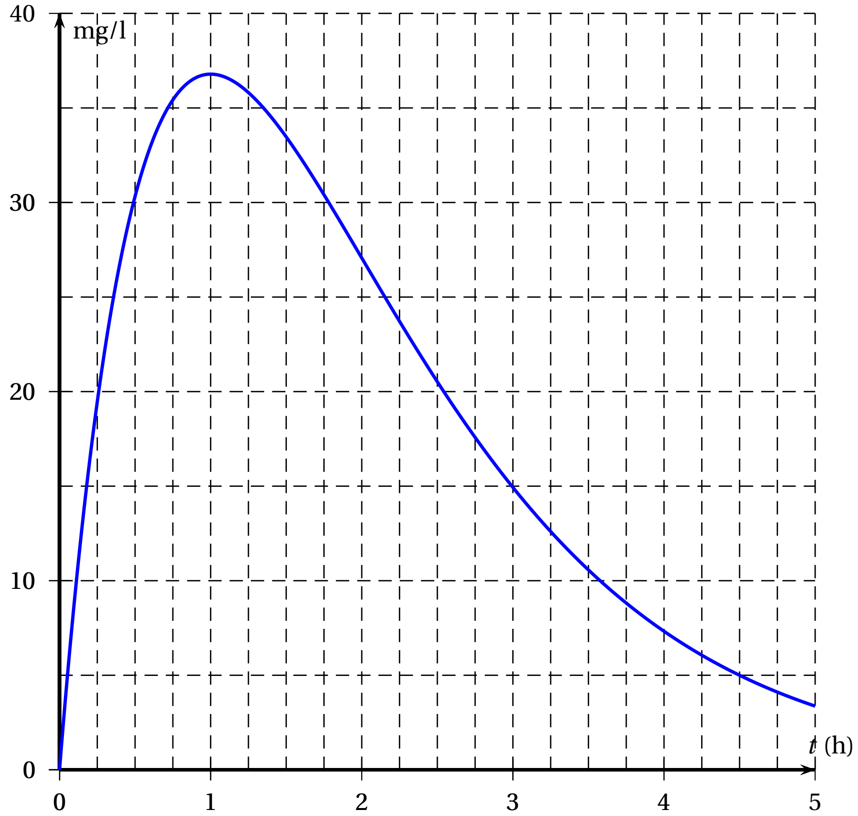
On a donc $E(D) = 70 \times 0,14 + 45 \times 0,06 + 25 \times 0,08 + 0 \times 0,72 = 9,8 + 2,7 + 2 = 14,50$ (€).
Sur un grand nombre de clients, la dépense moyenne par client est égale à 14,50 (€).

Exercice 4 **5 points**

On considère la fonction P définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par

$$P(t) = 100t\mathrm{e}^{-t}.$$

1. • $P(0) = 100 \times 0 \times \mathrm{e}^0 = 0$;
   • $P(5) = 100 \times 5 \times \mathrm{e}^{-5} \approx 3$.
2. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu une expression de la dérivée de la fonction P : pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;5]$, $P'(t) = 100(1-t)\mathrm{e}^{-t}$.
   a. On sait que quel que soit le réel t, $\mathrm{e}^{-t} > 0$ et par conséquent $100\mathrm{e}^{-t} > 0$. le signe de $P'(t)$ est donc celui du facteur $1 - t$ qui est positif sur $[0\,;1]$ et négatif sur $[1\,;5]$.
   b. La fonction P est donc croissante sur $[0\,;1]$ puis décroissante sur $[1\,;5]$ avec donc un maximum $P(1) = 100\mathrm{e}^{-1} \approx 36,78$.
   c. D'après la question précédente et ce que confirme la courbe représentative de la fonction, $P()/approx36,78$ est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[1\,;5]$.



3.

On constate graphiquement qu'après 4 h 30 min $P(t) < 5$. Le polluant ne sra plus dangereux après 4 h 30 min.