∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ∾
série générale e3c Corrigé du sujet n° 61 année 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1 **5 points**

Question 1

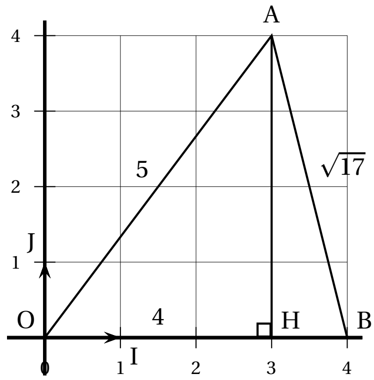
Le coefficient directeur de la tangente en un point d'abscisse a est le nombre dérivé $f'(a)$.
Donc $f'(2) = -1$ est vraie.

Question 2

On sait que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, soit $\frac{1}{4} + \cos^2 x = 1$ d'où $\cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
Or pour $x \in \left[\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{3\pi}{2}\right]$, on sait que $\cos x < 0$, donc $\cos x = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Question 3

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan.
Soit A et B deux points de coordonnées respectives (3 ; 4) et (4 ; 0).
Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?



- $\overrightarrow{\text{OA}} \cdot \overrightarrow{\text{OB}} = \overrightarrow{\text{OH}} \cdot \overrightarrow{\text{OB}} = 3 \times 4 = 12$.
- $\sin\widehat{\text{AOB}} = \frac{\text{AH}}{\text{OA}} = \frac{4}{5}$;
- $\cos\widehat{\text{AOB}} = \frac{\text{OH}}{\text{OA}} = \frac{3}{5}$

Question 4

Un vecteur directeur de la droite (d) est $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

$M(x\ ;\ y) \in (d') \iff \overrightarrow{\text{A}M} \cdot \overrightarrow{u} = 0 \iff -2(x-1)+3(y-2) = 0 \iff -2x+2+3y-6 = 0 \iff -2x+3y-4 = 0$ ou encore $2x-3y+4 = 0$.

Question 5

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan.
Avec C centre du cercle on a C(3 ; 0). D'autre part $\text{AB}^2 = 4^2 + (-4)^2 = 16 + 16 = 32$, d'où AB$= \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$, donc $R = 2\sqrt{2}$.
$M(x\ ;\ y) \in (C) \iff \text{C}M^2 = R^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 4 \times 2 = 8$. Donc :
$M(x\ ;\ y) \in (C) \iff (x-3)^2(y-0)^2 = 8 \iff x^2+9-6x+y^2 = 8 \iff x^2+y^2-6x+1 = 0$.

Exercice 2 **5 points**

1. **a.** • $h_1 = 2 \times \frac{4}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$ (m)
   • $h_2 = 1{,}6 \times \frac{4}{5} = \frac{6{,}4}{5} = 1{,}28$ (m).

   b. On passe d'une hauteur de rebond à la suivante en la multipliant par $\frac{4}{5} = 0{,}8$.
   Donc $h_{n+1} = 0{,}8 \times h_n$.

c. L'égalité précédente montre que la suite (h_n) est une suite géométrique de raison 0,8 de premier terme $u_0 = 2$.

d. La raison de la suite étant comprise entre 0 et 1, la suite est décroissante.

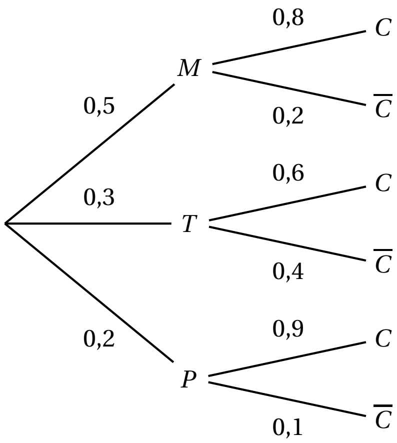
2. On entre la valeur initiale : 2,
puis on tape $\times 0,8$ ENTRÉE on obtient h_1
et à chaque ENTRÉE les termes suivants d e la suite.

On obtient $h_{10} \approx 0,21$ et $h_{11} \approx 0,17$. C'est donc au 10^e^ rebond que celui-ci est inférieur à 20 cm.

Exercice 3 **5 points**

1. On a $P(T) = 0,30$ et $P_T(C) = 0,60$.

2.



3. **a.** $M \cap C$ représente l'évènement : « le client a pris des macarons et un café. ».
$P(M \cap C) = P(M) \times P_M(C) = 0,5 \times 0,8 = 0,4$.

b. On a de même $P(T \cap C) = P(T) \times P_T(C) = 0,3 \times 0,6 = 0,18$.
$P(P \cap C) = P(P) \times P_P(C) = 0,2 \times 0,9 = 0,18$.
D'après la loi des probabilités totales,
$P(C) = P(M \cap C) + P(T \cap C) + P(P \cap C) = 0,4 + 0,18 + 0,18 = 0,76$.

4. Il faut calculer $P_C(M) = \dfrac{P(C \cap M)}{P(C)} = \dfrac{0,4}{0,76} \approx 0,5263$ soit 0,53 au centième près.

Exercice 4 **5 points**

1. Avec $x = 1$, on obtient $N(1) = 100\text{e}^{-2} \approx 13,534$, soit 13,534 millions de smartphones à mille près.

2. Avec $x = 1$, on a vu que $N(1) \approx 13,534$ et $R(1) = 1 \times N(1) = N(1) \approx 13,534$.
Puis $C(1) = 0,4 \times N(1) \approx 5,413$.
On a donc $B(1) = R(1) - C(1) \approx 13,534 - 5,413 = 8,121$ milliards d'euros.

3. On a $B(x) = R(x) - C(x) = xN(x) - 0,4N(x) = (x - 0,4)N(x) = (x - 0,4) \times 100\text{e}^{-2x} = (100x - 40)\text{e}^{-2x}$.

4. On sait que $\text{e}^{-2x} > 0$, quel que soit le réel x, donc le signe de $B'(x)$ est celui de $180x - 200$.

- $180x - 200 > 0$ si $180x > 200$ ou $x > \dfrac{200}{180}$ ou $x > \frac{10}{9}$.
- $180x - 200 < 0$ si $180x < 200$ ou $x < \dfrac{200}{180}$ ou $x < \frac{10}{9}$.

Conclusion : $B'(x) > 0$ sur $\left[0,4\,;\,\frac{10}{9}\right]$, la fonction B est croissante sur cet intervalle et
$B'(x) < 0$ sur $\left[\frac{10}{9}\,;\,4\right]$, la fonction B est décroissante sur cet intervalle.
$B\left(\frac{10}{9}\right) = \left(100 \times \frac{10}{9} - 40\right)\text{e}^{-2\times\frac{10}{9}} = 210\text{e}^{-5} \approx 7,706$ est le maximum de la fonction B sur $[0,4\,;\,2]$.

5. D'après la question précédente le bénéfice est maximal pour $x = \dfrac{10}{9} \approx 1111,11$ (€) et ce bénéfice est d'environ 7,7 milliards d'euros.