Baccalauréat Première Métropole-La Réunion
série générale e3c corrigé du sujet n° 14 année 2020

Calculatrice autorisée

Exercice 1 **5 points**

Question 1

L'inéquation $x^2 + x + 2 > 0$:
$x^2 + x + 2 > 0 \iff \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 2 > 0 \iff \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0.$
Comme $\frac{7}{4} \geqslant \frac{7}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geqslant \frac{7}{4} > 0$: ceci est vrai quel que soit le réel x : $S = \mathbb{R}$.

Question 2

Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs tels que $\|\overrightarrow{u}\| = 3$, $\|\overrightarrow{v}\| = 2$ et $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -1$ alors $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\|^2$ est égal à :
$\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\|^2 = \left(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right) \cdot \left(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right) = \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 3^2 + 2^2 + 2 \times (-1) = 9 + 4 - 2 = 11.$

Question 3

Soient A et B deux évènements d'un univers tels que $P_A(B) = 0,2$ et $P(A) = 0,5$.
Alors la probabilité $P(A \cap B)$ est égale à :
On a $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \iff 0,2 = \dfrac{P(A \cap B)}{0,5} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,2 \times 0,5 = 0,1$

Question 4

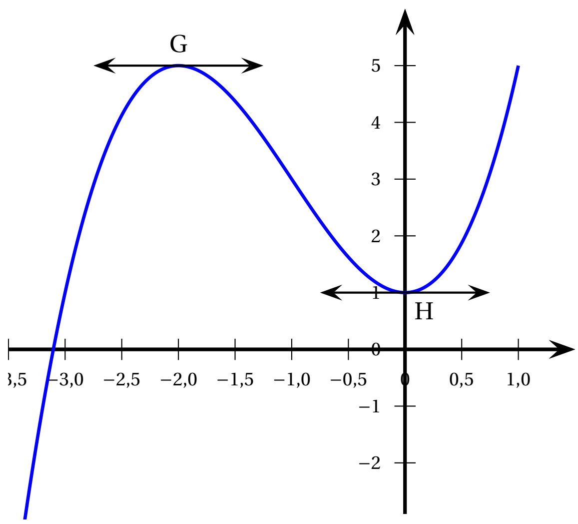
Soit (u_n) une suite arithmétique de terme initial $u_0 = 2$ et de raison 3.
La somme S définie par $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{12}$ est égale à :
$S = 2 + 5 + 8 + 11 + \ldots + 35 + 38$ ou
$S = 38 + 35 + 32 + \ldots + 8 + 5 + 3 + 2$ soit en faisant la somme :
$2S = 40 + 40 + 40 + 40 + \ldots + 340 = 13 \times 40 = 520$. D'où $S = 260$.

Question 5

On a $f'(x) = 3(2x - 5)^2 \times (2x - 5)' = 3 \times 2(2x - 5)^2 = 6(2x - 5)^2$.

Exercice 2 **5 points**

La courbe ci-dessous représente dans un repère du plan une fonction f définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels.
Les points G$(-2 ; 5)$ et H $(0 ; 1)$ appartiennent à la courbe représentative de la fonction f et les tangentes à la courbe aux points G et H sont horizontales.



1. On lit sur la représentation graphique :
   $f(0) = 1, \quad f(-2) == 5, \quad f'(0) = f'(-2) = 0.$

2. On admet que pour tout réel x, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

où a, b, c et d désignent des nombres réels

a. La fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

b. On a $\left\{\begin{array}{lcl} f(0) & = & 1 \\ f'(0) & = & 0 \end{array}\right.$, soit $\left\{\begin{array}{lcl} d & = & 1 \\ c & = & 0 \end{array}\right.$
Donc $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$

c. De même, $\left\{\begin{array}{lcl} f(-2) & = & 5 \\ f'(-2) & = & 0 \end{array}\right.$, soit $\left\{\begin{array}{lcl} -8a + 4b + 1 & = & 5 \\ 12a + -4b & = & 0 \end{array}\right.$

d. Le système précédent s'écrit $\left\{\begin{array}{lcl} -8a + 4b & = & 4 \\ 12a - 4b & = & 0 \end{array}\right.$ ou encore en simplifiant :

$\left\{\begin{array}{lcl} -2a + b & = & 1 \\ 3a - b & = & 0 \end{array}\right.$ ce qui donne par somme : $a = 1$, puis $b = 1 + 2a = 1 + 2 = 3$
Donc finalement : $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

Exercice 3 **5 points**

1. $T_1 = 0,82 \times 1\,000 + 3,6 = 820 + 3,6 = 823,6$ (°C). Soit environ 824 °C

2. La formule est donnée dans l'algorithme : $T_{n+1} = 0,82T_n + 3,6$.

3. On obtient successivement :
$T_2 \approx 678,95$, $T_3 \approx 560,34$; $T_4 \approx 463,08$.
Au bout de 4 heures la température du four est de 463 °C à l'unité près.

4.

```
def froid() :
  T= 1 000
  n=0
  while T ⩾ 70
    T= T ×T + 3,6
    n=n+1
  return n
```

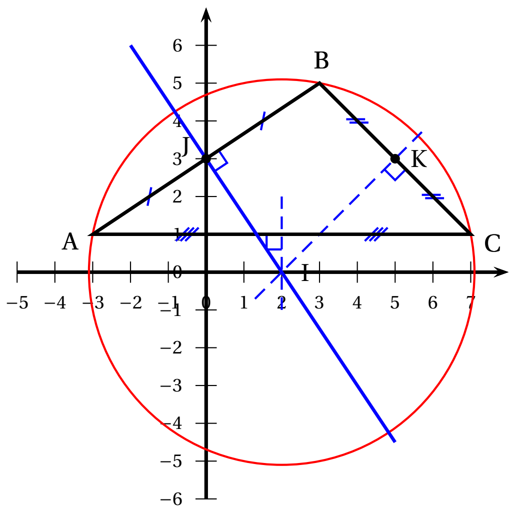
5. Au bout de 15 heures la température est à peu près égale à 69,9 °C.

Exercice 4 **5 points**

1.

2. Soit J le milieu du segment [AB] : J(0 ; 3). Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ sont $\overrightarrow{\text{AB}}(6\,;\,4)$.
Si (Δ) est la médiatrice de [AB], on a :
$M(x\,;\,y) \in \Delta \iff \overrightarrow{\text{J}M} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} = 6(x-0) + 4(y-3) = 0 \iff 6x + 4y - 12 = 0 \iff 3x + 2y - 6 = 0.$

3. On a $\text{B}'(2\,;\,1)$



4. Soit K le milieu de [BC] : J(5; 3) et $\overrightarrow{BC}(4\ ;\ -4)$.

Soit (Δ') la médiatrice de [BC] : alors

$M(x\ ;\ y) \in \Delta' \iff \overrightarrow{JM}\cdot\overrightarrow{BC} \iff 4(x-5)-4(y-3)=0 \iff 4x-20-4y+12=0 \iff 4x-4y-8=0 \iff x-y-2=0$.

Si I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC on sait que c'est le point commun aux trois médiatrices ; donc ses coordonnées vérifient les équations de la médiatrice de [AB] et de la médiatrice de [BC]. Il faut donc résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 3x+2y-6 &=& 0\\ x-y-2 &=& 0\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 3x+2y-6 &=& 0\\ x-2 &=& y\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 3x+2(x-2)-6 &=& 0\\ x-2 &=& y\end{array}\right. \iff$$

$$\left\{\begin{array}{lcl} 3x+2x-4-6 &=& 0\\ x-2 &=& y\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 5x &=& 10\\ x-2 &=& y\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} x &=& 2\\ x-2 &=& y\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} x &=& 2\\ 0 &=& y\end{array}\right.$$

Les coordonnées de I sont (2 ; 0).

5. Le rayon est par exemple IA.

$\text{IA}^2 = (-3-2)^2 + (1-0)^2 = 25+1 = 26$. Donc $\text{IA} = R = \sqrt{26}$.