

Brevet Blanc de Mathématiques

vendredi 3 mai 2019

L'épreuve dure deux heures.

Le sujet comporte six pages et huit exercices indépendants.

Les exercices peuvent être faits dans le désordre.

Le prêt de matériel est interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le barème est sur 100 points.

**SAUF INDICATION CONTRAIRE,
TOUTES LES RÉPONSES
DOIVENT ÊTRE JUSTIFIÉES.**

EXERCICE 1 (9 POINTS)

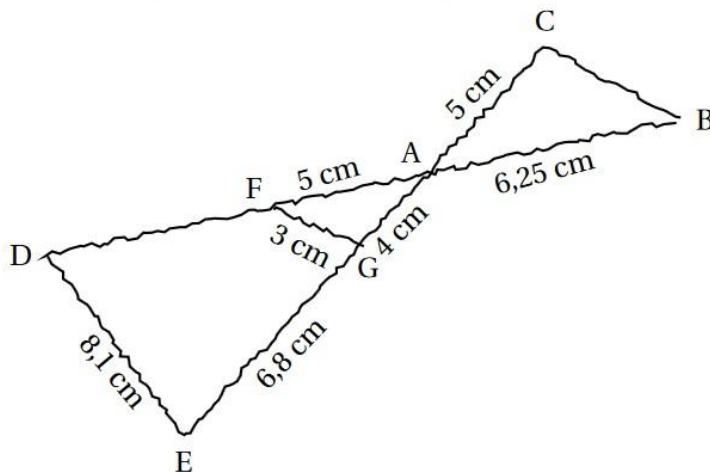
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie.
Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	$\frac{2}{3} - \frac{5}{6} =$	$\frac{-2}{8}$	$-0,133333$	$\frac{-5}{30}$
2.	$8 \times 10^{-2} + 312,7 \times 10^{-3}$ a pour écriture scientifique :	0,3927	$320,7 \times 10^{-5}$	$3,927 \times 10^{-1}$
3.	$4 - (2x + 3)(5x - 4)$ a pour expression développée réduite :	$28x - 4$	$-10x^2 + 7x - 8$	$-10x^2 - 7x + 16$

EXERCICE 2 (14 POINTS)

Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C.
De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

1. Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.
2. Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].
3. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles? Justifier.

EXERCICE 3 (8 POINTS)

Le tableau ci-dessous a été réalisé à l'aide d'un **tableur**.

Il indique le nombre d'abonnements Internet à haut débit et à très haut débit entre 2014 et 2016, sur réseau fixe, en France. (Sources : Arcep et Statistica).

	A	B	C	D
1		2014	2015	2016
2	Nombre d'abonnements internet à haut débit en millions	22,855	22,63	22,238
3	Nombre d'abonnements internet à très haut débit en millions	3,113	4,237	5,446
4	Total en millions	25,968	26,867	27,684

1. Combien d'abonnements Internet à très haut débit, en millions, ont été comptabilisés pour l'année 2016?
2. Montrer qu'en 2016, il y avait 817 000 abonnements Internet à haut débit et à très haut débit de plus qu'en 2015.
3. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B4 avant de la recopier vers la droite, jusqu'à la cellule D4?
4. En 2015, seulement 5,6 % des abonnements Internet à très haut débit utilisaient la fibre optique. Quel nombre d'abonnements Internet à très haut débit cela représentait-il ?

EXERCICE 4 (18 POINTS)

On considère la fonction f définie par $f(x) = 4x^2 - 7$

- 1) Calculer $f(-3)$
- 2) Déterminer l'image de $\frac{2}{3}$ par f . Détailler les calculs
- 3) Déterminer le(s) antécédent(s) de 9 par f . Justifier la réponse.
- 4) **Recopier** et compléter le tableau de valeurs suivants :

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
f(x)									

- 5) Construire dans un repère orthogonal la courbe représentative de la fonction f pour des valeurs de x comprises entre -2 et 2 .
On prendra comme échelle 1 cm pour 0,5 unité en abscisse et 1 cm pour 1 unité en ordonnée.
- 6) Résoudre graphiquement $f(x) = 1$

EXERCICE 5 (12 POINTS)

Voici un programme de calcul

- choisir un nombre
- multiplier ce nombre par 4
- ajouter 8
- multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x+8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné. On pose $B = (4+x)^2 - x^2$.

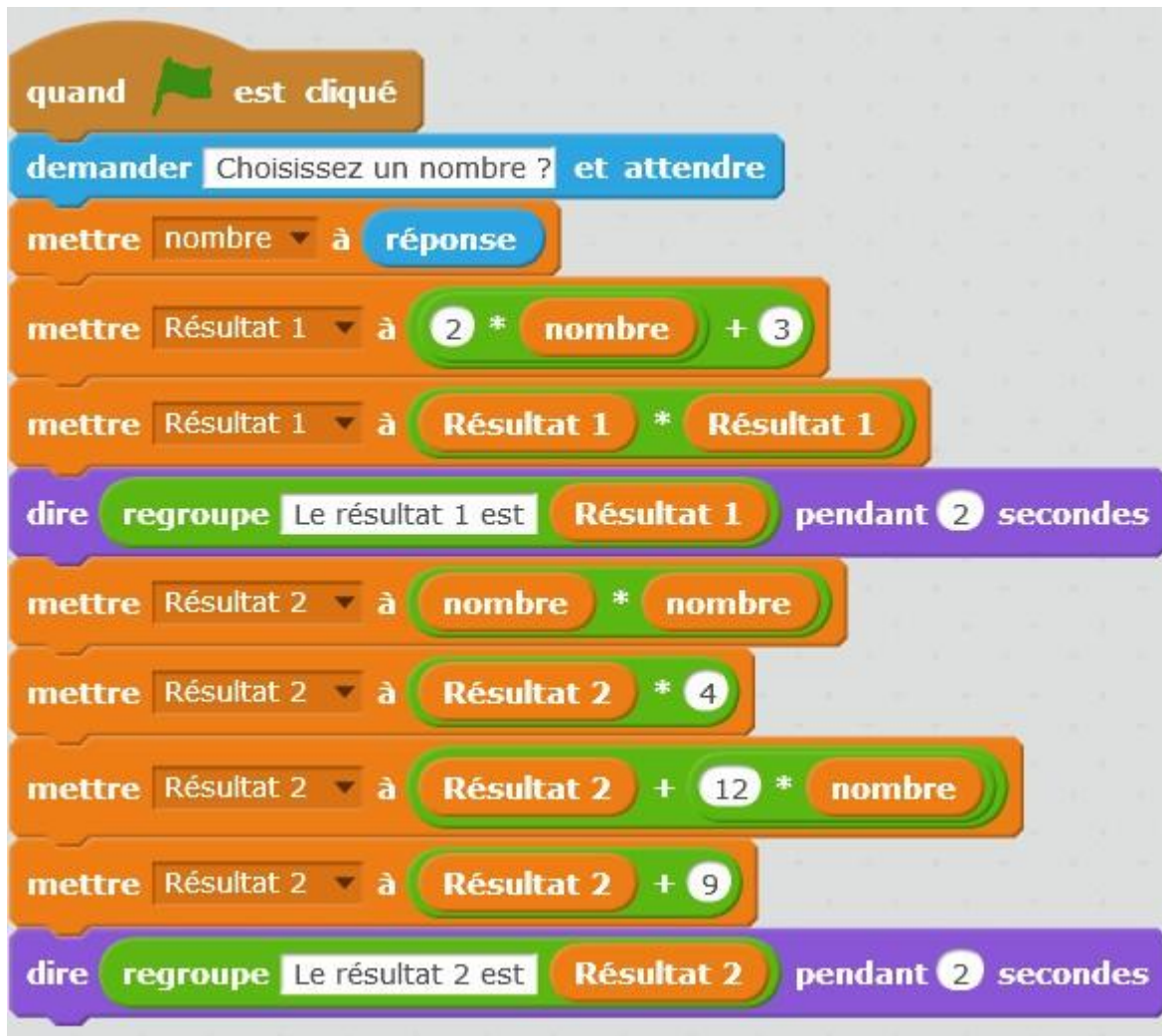
Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

- Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
- Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

EXERCICE 6 (13 POINTS)

Voici un script saisi par Alice dans un logiciel d'algorithmique.



1. Alice a choisi 3 comme nombre, calculer les valeurs de Résultat 1 et de Résultat 2
Justifier en faisant apparaître les calculs réalisés.

2. Généralisation

- En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la première partie de l'algorithme correspondant à Résultat 1.
- En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la deuxième partie de l'algorithme correspondant à Résultat 2.
- Pourquoi ces deux expressions littérales sont-elles égales ? Justifier la réponse.
- Trouver le ou les nombres choisis par Alice qui correspondent au résultat affiché ci-dessous.

Résultat 2



EXERCICE 7 (13 POINTS)

Après un de ses entraînements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraîneur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-dessous.

Entraînement course à pied		
10,5 km	1 h 03 min	6 min/km
Distance	Durée	Allure moyenne
851		35 m
Calories		Gain altitude

L'**allure** moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.

Exemple : si Bob met 18 min pour parcourir 3 km, son allure est de 6 min/km.

- Bob s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne. Calculer cette vitesse moyenne en km/h.
- Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \frac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h.

Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).

- Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km.

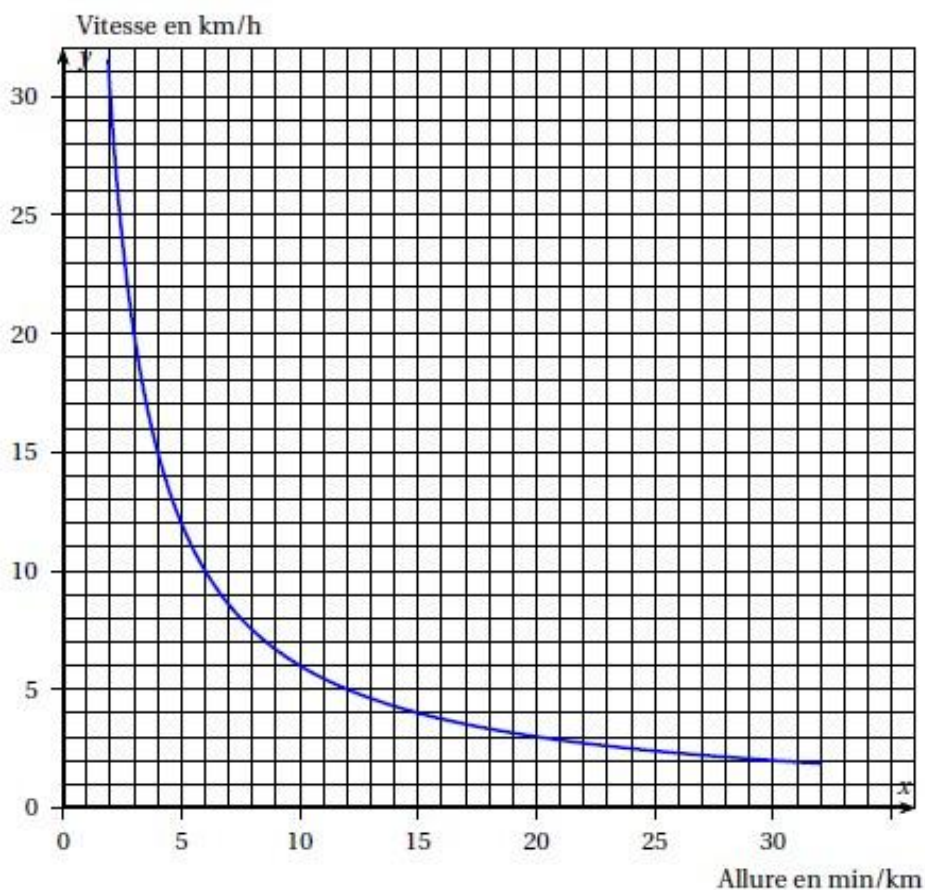
Calculer l'image de 5 par f . Que représente le résultat obtenu?

- Lors de la prochaine course, il espère courir à la vitesse moyenne de 15 km/h.

Quelle sera son allure moyenne s'il parvient à atteindre son objectif ? Justifier.

- Répondre aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous :

- Donner un antécédent de 10 par la fonction f .
- Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donner une valeur approchée de sa vitesse en km/h.



EXERCICE 8 (13 POINTS)

1. Décomposer les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers.
2. Déterminer deux diviseurs communs aux nombres 162 et 108 plus grands que 10.

3. Un snack vend des barquettes composées de nems et de samossas.

Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samossas.

Dans chaque barquette :

- le nombre de nems doit être le même.
- le nombre de samossas doit être le même,

Tous les nems et tous les samossas doivent être utilisés.

- a. Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes ?
- b. Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser ?
- c. Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette?