Février 2022

CORRECTION DU BREVET BLANC
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'emploi de la calculatrice est autorisé.
Le détail des calculs doit figurer sur la copie.
Sauf indication contraire, seuls les résultats exacts sont demandés.
Tous les essais, les démarches engagées, même non aboutis seront pris en compte.
Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n°1 (18 points)

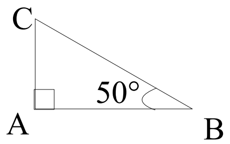
Pour chacun des six énoncés suivants, écrire sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Il y a une seule réponse correcte par énoncé.
ON RAPPELLE QUE TOUTES LES RÉPONSES DOIVENT ÊTRE JUSTIFIÉES.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Dans une classe de 25 élèves, 10 sont des filles. Quel est le pourcentage de filles ?	10 %	4 %	40 %
2	Dans la cellule A2 du tableur ci-dessous, on a saisi la formule = −5 ∗ A1 ∗ A1 + 2 ∗ A1 − 14 puis on l'a étirée vers la droite. <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>1</td><td>−4</td><td>−3</td></tr><tr><td>2</td><td>−102</td><td></td></tr></table>Quel nombre obtient-on dans la cellule B2 ?	– 65	205	25
3	Dans un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5cm et $\widehat{ABC} = 50°$:	$AC \approx 6,5cm$	$AC \approx 6cm$	$AC \approx 4,2cm$
4	L'équation $5x + 12 = 3$ a pour solution :	1,8	3	– 1,8
5	La forme développée et réduite de $6x(3x - 5) + 7x$ est :	$18x^2 - 23x$	$-18x^2 - 30x + 7x$	$18x^2 - 37x$
6	La largeur et la hauteur d'une télévision suivent le ratio 16 : 9. Sachant que la hauteur de cette télévision est de 54 cm, combien mesure sa largeur ?	94 cm	96 cm	30,375 cm

Question 1 : il y a 10 filles pour 25 élèves, $\frac{10}{25} = \frac{10 \times 4}{25 \times 4} = \frac{40}{100}$, on a bien 40 % de filles.

Question 2 : On applique la formule à la cellule B1 qui contient -3, ce qui donne
$-5 \times (-3) \times (-3) + 2 \times (-3) - 14 = -45 + (-6) - 14 = -65$.

Question 3 :



Dans ABC rectangle en A, on a :
$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$
$AC = \tan \widehat{ABC} \times AB = \tan(50) \times 5 \approx 6$ cm.

Question 4 : On remplace x par les valeurs proposées et on calcule $5x + 12$. On remarque que c'est pour $-1,8$ que l'on obtient 3 : $5 \times (-1,8) + 12 = 3$

Question 5 : on développe
$$\begin{aligned} 6x(3x-5)+7x &= 6x \times 3x - 6x \times 5 + 7x \\ &= 18x^2 - 30x + 7x \\ &= 18x^2 + 23x \end{aligned}$$

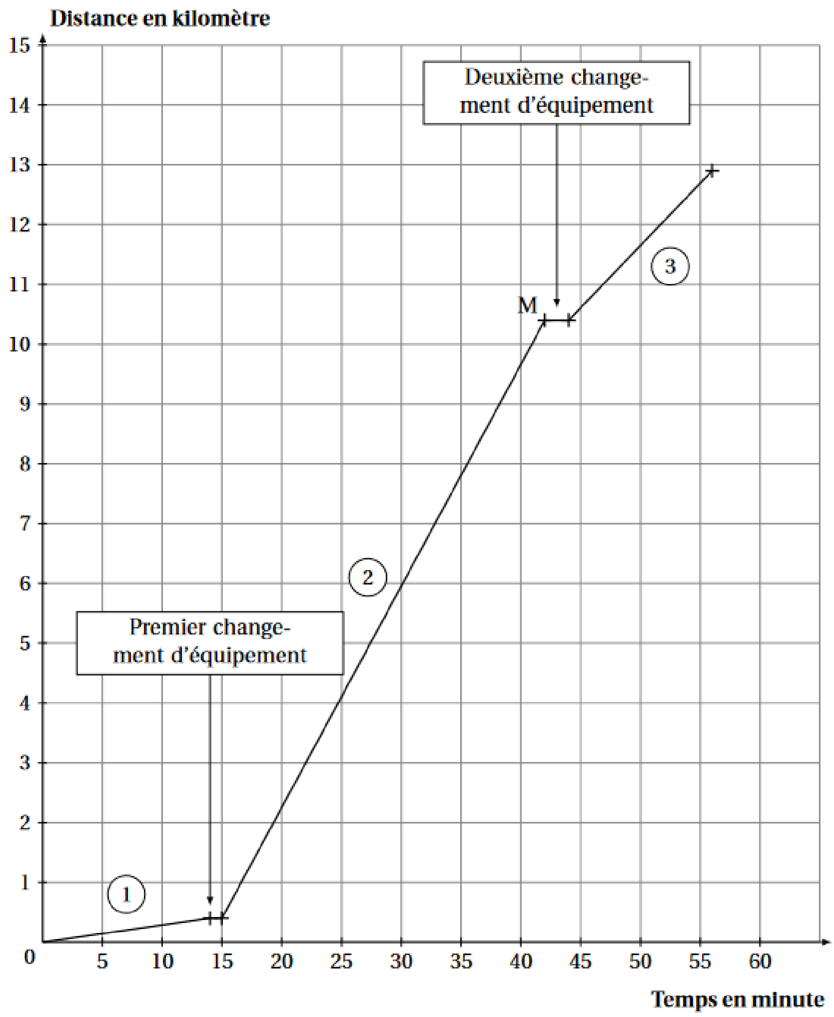
Question 6 : $54 \times \frac{16}{9} = \frac{54 \times 16}{9} = \frac{\cancel{9} \times 6 \times 16}{\cancel{9}} = 6 \times 16 = 96$.

Exercice n°2 (20 points)

Une athlète a réalisé un triathlon d'une longueur totale de 12,9 kilomètres. Les trois épreuves se déroulent dans l'ordre suivant :

Épreuve 1 : Natation Distance = 400 m	Épreuve 2 : Cyclisme	Épreuve 3 : Course à pied Distance = 2,5 km

Entre deux épreuves, l'athlète doit effectuer sur place un changement d'équipement.
Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par l'athlète, en fonction du temps de parcours (exprimé en minute) de l'athlète pendant son triathlon .



Le point M a pour abscisse 42 et pour ordonnée 10,4.
À l'aide du tableau ci-dessus ou par lecture du graphique ci-dessus avec la précision qu'il permet, répondre aux questions suivantes, EN JUSTIFIANT LA DÉMARCHE

1. *Au bout de combien de temps l'athlète s'est-elle arrêtée pour effectuer son premier changement d'équipement ?*
   On voit sur le graphique des traits horizontaux qui correspondent à des moments où la distance n'évolue plus, l'athlète est donc arrêté. Le premier arrêt a lieu au bout d'environ 14 min.

2. *Quelle est la longueur, exprimée en kilomètre, du parcours de l'épreuve de cyclisme ?*
   L'épreuve totale fait 12,9 km dont 400 m (soit 0,4 km) de natation et 2,5 km de course à pied. $12,9-(0,4+2,5)=12,9-2,9=10$.
   Le parcours de l'épreuve de cyclisme fait 10 km.

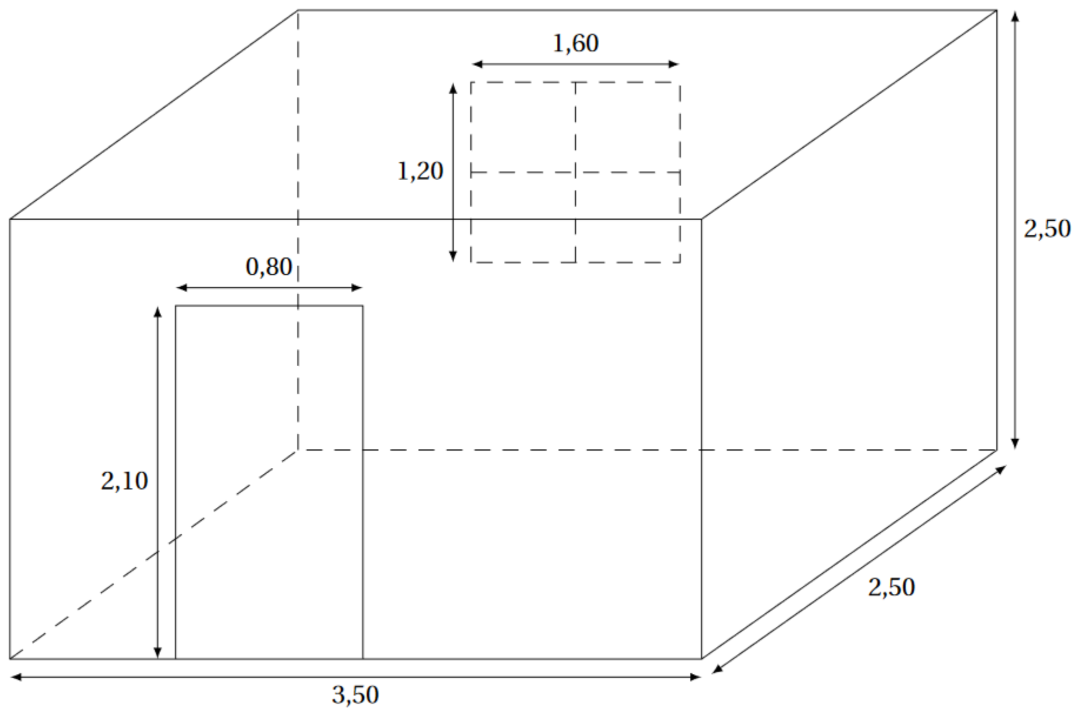
3. *En combien de temps l'athlète a-t-elle effectué l'épreuve de course à pied ?*
   Il commence l'épreuve a environ 44 min et termine au bout de 56 min, il a donc couru $56-44=12$ min.

4. *Parmi les trois épreuves, pendant laquelle l'athlète a été la moins rapide ?*
   Il suffit de regarder l'inclinaison des segments correspondants aux épreuves. Plus l'inclinaison est faible, et plus l'athlète est lent. On constate alors que c'est durant la natation qu'il a été le moins rapide.

5. *On considère que les changements d'équipement entre les épreuves font partie du triathlon.*
   La vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon est-elle supérieure à 14 km/h ?
   L'athlète a mis 56 minutes pour faire 12,9 km. On divise par 60 pour convertir en heure
   $\frac{56}{60} = \frac{\cancel{4} \times 14}{\cancel{4} \times 15} = \frac{14}{15}$
   Sa vitesse moyenne est $v = \frac{12,9}{\frac{14}{15}} = 12,9 \times \frac{15}{14} \approx 13,8$ km/h.
   La vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon est inférieure à 14 km/h.

Exercice n°3 (20 points)

On souhaite rénover une salle de bain qui a la forme d'un parallélépipède rectangle. Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On n'en colle pas sur la porte, ni sur la fenêtre. Voici un schéma de la salle de bain, les dimensions sont exprimées en mètre :



On dispose des informations suivantes :

Prix du papier peint :	Prix de la colle :
• le papier peint est vendu au rouleau entier ; • un rouleau coûte 16,95 € ; • un rouleau permet de recouvrir 5,3 m². *Conseil du vendeur :* prévoir 1 rouleau de papier peint en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.	• la colle est vendue au pot entier ; • un pot a une masse de 0,2 kg ; • un pot coûte 5,70 €. *Conseil du vendeur :* compter 1 pot de colle pour 4 rouleaux de papier peint.

1. *Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de 26,4 m².*
   On calcule la surface des 4 murs et on retire celle de la porte et celle de la fenêtre

$(2,50 \times 2,50) \times 2 + (3,50 \times 2,50) \times 2 - 2,10 \times 0,80 - 1,20 \times 1,60$
$= 12,5 + 17,5 - 1,68 - 1,92$
$= 30 - 3,6 = 26,4$

La surface est bien de 26,4 m².

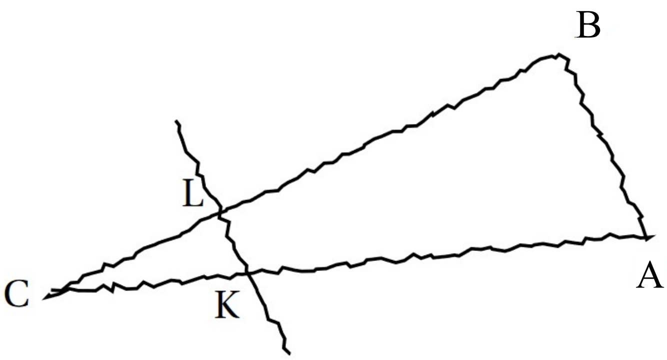
2. *Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation de la salle de bain ?*
Un rouleau permet de recouvrir 5,3 m².
$26,4 \div 5,3 \approx 4,98$. il faut donc 5 rouleaux.
On rajoute un rouleau (d'après le conseil du vendeur) soit 6 rouleaux. Il faut aussi acheter 2 pots de colle.
Total : $6 \times 16,95 + 2 \times 5,70 = 113,10$ €
La rénovation coûtera 113,10 €.

3. *Le jour de l'achat, une remise de 8 % est accordée.*
Quel est le prix à payer après remise ? Arrondir au centime d'euro.
$113,10 \times (1 - \frac{8}{100}) = 113,10 \times \frac{92}{100} = 113,10 \times 0,92 \approx 104,05$ €
Le prix à payer après remise est de 104,05 €.

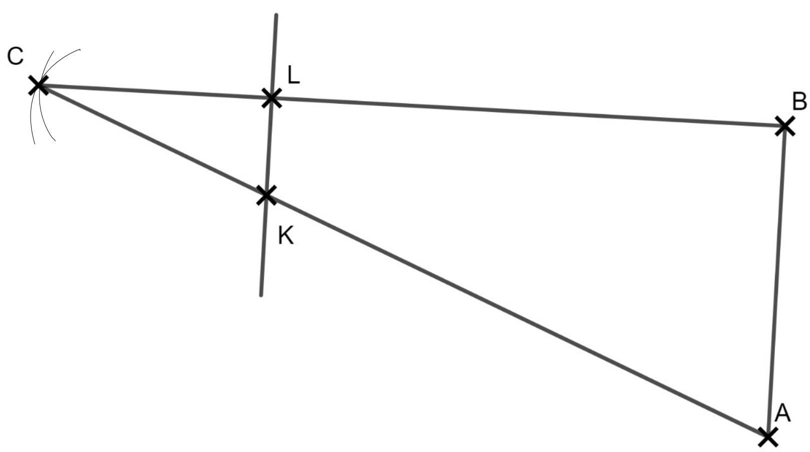
Exercice n°4 (22 points)

La figure ci-contre est dessinée à main levée. On donne les informations suivantes :

- *ABC est un triangle tel que : AC = 10,4 cm, AB = 4 cm et BC = 9,6 cm ;*
- *les points A, K et C sont alignés ;*
- *les points B, L et C sont alignés ;*
- *la droite (KL) est parallèle à la droite (AB) ;*
- *CL = 3 cm.*



1. *À l'aide d'instruments de géométrie, construire la figure en vraie grandeur sur la copie en laissant apparents les traits de construction.*



2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

Le plus long côté est AC : AC² = 10,4² = 108,16

La somme des deux autres côtés : AB² + BC² = 4² + 9,6² =16 + 92,16 = 108,16

On a AC² = AB² + BC², l'égalité de Pythagore est vérifiée, le triangle ABC est rectangle en B.

3. Prouver que les triangles CLK et CBA sont semblables.

(KL) // (AB) et (BC) $\perp$ (AB)

Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. D'où (BC) $\perp$ (KL)

Les triangles CLK et CBA ont deux angles respectivement égaux : $\widehat{LCK} = \widehat{BCA}$ et $\widehat{CLK} = \widehat{CBA} = 90°$; ce sont donc des triangles semblables.

4. Calculer la longueur CK en cm.

CLK et CBA sont semblables, donc les côtés sont respectivement proportionnels d'où

$$\frac{CL}{CK} = \frac{CB}{CA}$$

$$\frac{3}{CK} = \frac{9,6}{10,4}$$

$$9,6 \times CK = 3 \times 10,4$$

$$\frac{9,6 \times CK}{9,6} = \frac{3 \times 10,4}{9,6}$$

$$CK = 3,25$$

Le longueur CK est de 3,25 cm.

5. À l'aide de la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

Dans le triangle ABC, rectangle en B,

$$\cos(\widehat{CAB}) = \frac{AB}{CA} = \frac{4}{10,4}$$

d'où $\widehat{CAB} = \arccos\left(\frac{4}{10,4}\right) \approx 67,38°$

L'angle $\widehat{CAB}$ mesure 67° (au degré près).

<u>Exercice n°5 (20 points)</u>

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A	Programme B
	

Programme C
- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 3
- Soustraire le nombre de départ

1. *a) Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».*
   Si on choisi 1 comme nombre de départ,
   Valeur1 vaut $1 + \mathbf{1} = 2$
   Valeur2 vaut $3 \times \mathbf{2} = 6$
   Résultat vaut $\mathbf{6} - 3 = 3$
   On a bien obtenu 3.

   b) Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes « On obtient −15 ».
   Si on choisi 2 comme nombre de départ,
   Valeur1 vaut $\mathbf{2} + 3 = 5$
   Valeur2 vaut $\mathbf{2} - 5 = -3$
   Résultat vaut $\mathbf{5} \times (-\mathbf{3}) = -15$
   On a bien obtenu −15.

2. *Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C ?*
   L'expression est $x \times 7 + 3 - x = 7x + 3 - x = 6x + 3$.

3. *Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?*
   D'après la question 1, on voit que le programme B ne convient pas. De même, le programme C ne peut pas convenir car $6x + 3 \neq 3x$.
   Pour le programme A, soit x le nombre de départ
   Valeur1 vaut $1 + \mathbf{x}$
   Valeur2 vaut $3 \times (\mathbf{1} + \mathbf{x}) = 3 + 3\mathbf{x}$
   Résultat vaut $\mathbf{3} + \mathbf{3x} - 3 = 3\mathbf{x}$
   L'élève a raison, avec le programme A, on obtient toujours le triple du nombre choisi.

4. *a) Résoudre l'équation (x + 3)(x − 5) = 0*
Un produit est nul si au moins un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x+3&=0 \\ x+3-3&=0-3 \\ x&=-3 \end{aligned} \qquad \text{où} \qquad \begin{aligned} x-5&=0 \\ x-5+5&=0+5 \\ x&=5 \end{aligned}$$

Les solutions sont -3 et 5.

b) *Pour quelles valeurs de départ le programme B affiche-t-il « On obtient 0 » ?*
On remarque que si on choisi x comme nombre de départ pour le programme B,
Valeur1 vaut $\mathbf{x}+3$
Valeur2 vaut $\mathbf{x}-5$
Résultat est le produit de ces 2 valeurs, ce qui correspond à l'équation de la question 4.a)
On en déduit que pour obtenir 0, il faut choisir -3 où 5 comme nombre de départ.

5. *Pour quelle(s) valeur(s) de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A ?*
D'après la question 2, on sait que l'expression littérale pour le programme C est $6x+3$ et d'après la question 3, l'expression littérale pour le programme A est $3x$. Il faut donc résoudre l'équation $6x+3=3x$

$$\begin{aligned} 6x+3&=3x \\ 6x+3-6x&=3x-6x \\ 3&=-3x \\ \frac{3}{-3}&=\frac{-3x}{-3} \\ -1&=x \end{aligned}$$

Les programmes C et A affichent le même résultat si on choisit -1 comme nombre de départ.