Première S | **Devoir commun (Maths)** | **16 Avril 2014**

Calculatrice autorisée

Exercice 1 : (4 points)

Dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points A(2 ;5) B(-6 ;1) C(3 ;-2) et le vecteur $\vec{u}$(-3 ;2).

1) Déterminer une équation de la droite Δ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

2) Déterminer une équation de la droite (AB).

3) Déterminer une équation de la droite d parallèle à (AB) passant par C.

4) Vérifier que les droites Δ et (OC) sont parallèles.

Exercice 2 : (5 points)

Un jardinier amateur tond sa pelouse tous les samedis. Il receuille à chaque fois 120 Litres de gazon coupé, qu'il stocke dans un bac à compost.

Chaque semaine, le gazon stocké dans le compost perd, par décomposition ou prélèvement, les 3/4 de son volume.

On note v_1 le volume en litres de gazon dans le compost après la première tonte : v_1=120, et v_n le volume en litres de gazon coupé présent dans le bac au bout de n semaines.

1) Calculer les volumes, v_2 et v_3, de matière présente dans le bac à compost au bout de 2 et 3 semaines.

2) Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_{n+1} = \dfrac{1}{4} \times v_n + 120$.

3) La suite v est-elle arithmétique ? géométrique ? (justifier)

4) On pose pour tout n$\geqslant$1, $u_n = 160 - v_n$.

Démontrer que u est une suite géométrique, de raison $\dfrac{1}{4}$. Préciser son terme initial u_1.

5) Exprimer u_n en fonction de n, puis v_n en fonction de n.

6) Calculer le volume total de gazon qui se sera décomposé ou aura été utilisé, au bout de 10 semaines.

Exercice 3 : (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 4$ et la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $g(x) = \dfrac{4-x}{x+1}$. On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes respectives dans un repère.

1) Etudier le sens de variation de f (on ne demande pas le tableau de variation).

2) Etudier le sens de variation de g.

3) Vérifier que $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ passent par A(0 ;4) et qu'elles ont une tangente commune en A. Donner une équation de cette tangente.

4) Vérifier que pour tout $x \neq -1$, $f(x) - g(x) = \dfrac{x^2(x^2 - 2x - 8)}{x+1}$.

En déduire la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ (on pourra admettre le résultat précédent).

Exercice 4 : QCM (5 points) Une réponse juste rapporte 1 point.
Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Sur votre copie, indiquez le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à votre réponse.

1. Sachant que $x \in]-\dfrac{\pi}{2};0[$ et $cosx = \dfrac{3}{5}$, la valeur de $sinx$ est :
   A) $\dfrac{4}{5}$ B) $-\dfrac{4}{5}$ C) $\dfrac{2}{5}$.

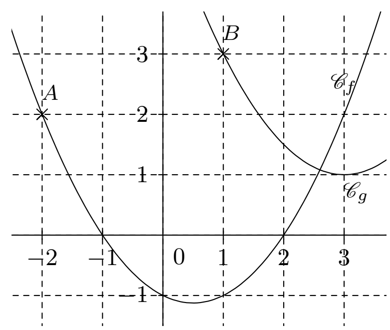
2. L'ensemble solution dans $[0;2\pi]$ de l'équation $cosx = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ est :
   A) $S = \left\{\dfrac{5\pi}{6}; \dfrac{7\pi}{6}\right\}$ B) $S = \left\{-\dfrac{5\pi}{6}; \dfrac{5\pi}{6}\right\}$ C) $x = -\dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

3. L'expression $A(x) = cos(\dfrac{\pi}{2} + x) + cos(\pi - x) + sin(\dfrac{\pi}{2} - x) - sin(-x)$ est égale à :
   A) $sinx$ B) 0 C) $-cosx$

f et g sont deux fonctions trinômes du second degré dont les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont ci-dessous :

4. $f(x)$ a pour forme factorisée :
A) $0.5(x+1)(x-2)$ B) $2(x+1)(x-2)$
C) $0.5(x-1)(x-2)$

5. Le discriminant de $g(x)$ est :
A) nul B) strictement positif
C) strictement négatif



($A \in \mathscr{C}_f$ et $B \in \mathscr{C}_g$)